

# 奥数-计算-定义新运算逆推

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

## 在线阅读

### 💡 阿星精讲：定义新运算：逆运算 原理

**核心概念：**嗨，我是阿星！想象一下，我们定义了一个新运算“\*”，它就像一个神秘的“魔法机器”。你塞进去两个数，它会按照自己独特的规则吐出一个新数。现在，题目告诉你：某个数  $x$  经过这台“魔法机器”和 3 一起加工后，吐出了 15，也就是  $x * 3 = 15$ 。求  $x$  是多少？这不就是让我们当侦探吗？“已知结果和规则，反推原料！”这就像解方程  $x + 3 = 15$ ，我们用到逆运算“减”。所以，面对新运算，我们的法宝就是：“**把新运算等式看成方程，利用其定义，反着解出来！**”

#### 计算秘籍：

**锁定定义：**仔细阅读题目给出的新运算定义式，例如  $a * b = 2a + b$ 。

**列写方程：**将题目条件（如  $x * 3 = 15$ ）严格按照定义“翻译”成常规运算方程。即用  $x$  替换定义中的  $a$ ，用 3 替换  $b$ ，得到  $2x + 3 = 15$ 。

**逆向求解：**把这个方程当作老朋友来解，使用加、减、乘、除的逆运算来求出未知数  $x$ 。  
 $2x + 3 = 15 \Rightarrow 2x = 15 - 3 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 12 \div 2 \Rightarrow x = 6$ 。

**验算：**将解得的  $x$  代入原定义验算： $6 * 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$ ，完美！

**阿星口诀：**新运算，像机器，结果已知反推易。严格套定义，翻译成方程，逆着解，别怀疑！

### ⚠ 易错警示：避坑指南

**✗ 错误1：**看到“逆”字，不假思索就用减法或除法。例如，已知  $a * b = a + 2b$ ，且  $x * 3 = 11$ ，错误地做  $x = 11 - 3 = 8$  或  $x = 11 \div 3$ 。

正解：必须依据定义将等式“翻译”成方程： $x + 2 \times 3 = 11$ ，即  $x + 6 = 11$ ，然后正确逆解： $x = 11 - 6 = 5$ 。

错误2：求逆运算时，运算顺序搞反。例如，定义  $m\Delta n = m \times (n + 1)$ ，已知  $2\Delta y = 8$ ，错误列式： $2 \times y + 1 = 8$ 。

正解：定义是  $m$  乘以  $(n + 1)$ 。所以正确翻译： $2 \times (y + 1) = 8$ 。逆解时，先除以 2： $y + 1 = 4$ ，再减 1： $y = 3$ 。

## 🔥 例题精讲

**例题1：**规定  $a * b = a + b \times 2$ ，已知  $4 * x = 14$ ，求  $x$ 。

❖ 解析：

根据定义翻译： $4 * x = 4 + x \times 2$ 。

建立方程： $4 + 2x = 14$ 。

逆向求解： $2x = 14 - 4 = 10$ ，所以  $x = 10 \div 2 = 5$ 。

总结：心法：定义中的运算顺序是“加”和“乘”，列方程时要确保  $x$  的系数正确。

**例题2：**规定  $x \oplus y = (x + y) \div 2$ ，已知  $m \oplus 6 = 5$ ，求  $m$ 。

❖ 解析：

根据定义翻译： $m \oplus 6 = (m + 6) \div 2$ 。

建立方程： $(m + 6) \div 2 = 5$ 。

逆向求解（先消除法，再消加法）：

第一步： $m + 6 = 5 \times 2 = 10$ 。

第二步： $m = 10 - 6 = 4$ 。

总结：心法：等号右边是一个整体运算  $(m + 6) \div 2$ ，逆解时需从外向内“剥洋葱”，顺序与计算顺序相反。

**例题3：**定义运算  $A \triangleright B$  表示  $A$  的 3 倍减去  $B$  的一半。若  $7 \triangleright k = 16$ ，求  $k$ 。

❖ 解析：

将文字定义转化为算式： $A \triangleright B = 3 \times A - B \div 2$ 。

代入数字翻译： $7 \triangleleft k = 3 \times 7 - k \div 2 = 21 - k \div 2$ 。

建立方程： $21 - \frac{k}{2} = 16$ 。

逆向求解：

第一步：把  $-\frac{k}{2}$  看作一个整体， $21$  减去它等于  $16$ ，所以这个整体等于  $21 - 16 = 5$ 。即  $-\frac{k}{2} = 5$ 。

第二步：两边乘以  $-1$ ： $\frac{k}{2} = -5$ 。

第三步：两边乘以  $2$ ： $k = -10$ 。

验算： $7 \triangleleft (-10) = 3 \times 7 - (-10) \div 2 = 21 - (-5) = 26$ ? 等等，算错了。仔细看： $21 - (-10) \div 2 = 21 - (-5) = 21 + 5 = 26 \neq 16$ 。检查第4步： $21 - \frac{k}{2} = 16 \Rightarrow -\frac{k}{2} = 16 - 21 = -5 \Rightarrow \frac{k}{2} = 5 \Rightarrow k = 10$ 。验算： $21 - 10/2 = 21 - 5 = 16$ ，正确。要细心！

**总结：**心法：文字定义翻译要精准；解方程时步步为营，移项、变号要细心，最后务必验算。

## 🚀 阶梯训练

### 第一关：基础热身（10道）

若  $a * b = a + b$ ，且  $5 * x = 12$ ，求  $x$ 。

若  $m \diamond n = m \times n - n$ ，且  $4 \diamond y = 14$ ，求  $y$ 。

规定  $p \circ q = 2p + 3q$ ，已知  $1 \circ x = 11$ ，求  $x$ 。

定义  $x \otimes y = y - x$ ，已知  $2 \otimes z = 7$ ，求  $z$ 。

若  $a \star b = (a + b) \times 2$ ，且  $3 \star k = 18$ ，求  $k$ 。

规定  $A \setminus B = A \times B + A$ ，已知  $2 \setminus t = 8$ ，求  $t$ 。

若  $f * g = f^2 - g$ ，且  $3 * m = 5$ ，求  $m$ 。（提示： $f^2$  表示  $f \times f$ ）

定义  $M \oplus N = \frac{M+N}{2}$ ，已知  $x \oplus 10 = 8$ ，求  $x$ 。

规定  $a \# b = 5a - 2b$ ，已知  $4 \# n = 2$ ，求  $n$ 。

若  $x \nabla y = x \div y + 1$ ，且  $12 \nabla b = 4$ ，求  $b$ 。

## 二、奥数挑战

定义运算  $a \otimes b$ , 使得  $a \otimes b = 2a^b$ 。若  $3 \otimes x = 54$ , 求  $x$ 。(提示: 考虑因数分解)

对于整数  $a, b$ , 规定  $a \triangle b$  表示从  $a$  开始, 后面连续的  $b$  个整数的和。例如:  $3 \triangle 2 = 3 + 4 = 7$ 。若  $x \triangle 3 = 24$ , 求  $x$ 。

设  $x, y$  是两个自然数, 定义  $x \divideontimes y = (x + y) \times (x - y + 1)$ 。如果  $5 \divideontimes m = 36$ , 求  $m$ 。

已知新运算:  $[a] = 2a + 1$ ,  $\{b\} = b^2 - 1$ 。若  $[x] + \{x\} = 29$ , 求  $x$ 。

规定  $A \blacktriangledown B$  表示  $A$  和  $B$  的平均数,  $A \blacktriangle B$  表示  $A$  和  $B$  的差 (大减小)。已知  $(5 \blacktriangledown x) \blacktriangle 3 = 2$ , 求  $x$ 。

定义  $f(n) = n \times (n + 1)$ 。若  $f(a) - f(a - 1) = 50$ , 求  $a$ 。

运算“ $\&$ ”满足交换律:  $a \& b = b \& a$ , 且满足  $a \& (b + c) = a \& b + a \& c$ 。若  $2 \& 5 = 16$ , 且  $3 \& x = 33$ , 求  $x$ 。

已知  $1! = 1, 2! = 1 \times 2, 3! = 1 \times 2 \times 3, \dots$ 。若  $\frac{n!}{(n-2)!} = 30$ , 求  $n$ 。（“!”表示阶乘）

定义  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 如  $[3.2] = 3$ 。若  $[2x + 1] = 7$ , 求  $x$  的取值范围。

有一种运算, 对于任意两个数  $a, b$ , 有  $a \odot b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 。若  $(x \odot 2) - (2 \odot x) = \frac{3}{2}$ , 求  $x$ 。

### 第三关：生活应用（5道）

**【AI提示词】** 阿星设计了一个AI图像生成器的“风格混合”运算公式: 图片A 混合 图片B =  $0.7 \times A + 0.3 \times B$ 。某次混合后, 得到的图片数值为 85, 已知图片A的数值为 100, 请问图片B的数值是多少?

**【航天轨道】** 在模拟计算中, 飞船从轨道1变轨到轨道2所需的能量  $\Delta E$  定义为:  $\Delta E = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ 。若已知飞船质量  $m = 1000$ , 初速度  $v_1 = 8$ , 所需能量  $\Delta E = 21000$ , 求目标轨道速度  $v_2$ 。

**【网购优惠】** 某平台“星火券”的叠加使用规则定义为: 订单满  $a$  元, 使用  $b$  张券后实付金额为  $a \times 0.9^b$  元。小星用券后实付 72.9 元, 已知原订单金额为 100 元, 请问她使用了几张券?

**【数据压缩】** 一种简单的数据压缩算法用运算  $C(x) = 2x + 128$  表示编码。现在收到一段解码后的原始数据是 200, 请问它被压缩前的原始编码值  $x$  是多少?

**【密码学】**在一种古典密码中，明文字母  $p$  通过密钥  $k$  加密成密文字母  $c$  的规则是： $c = (p + k) \bmod 26$ （将字母按顺序编号为 0 到 25）。如果已知密文  $c = 7$ ，密钥  $k = 15$ ，求原文  $p$ 。（提示：模运算的逆运算需考虑在 0~25 范围内求解）

## 💡 常见疑问 FAQ

### 💡 专家问答：定义新运算：逆运算 的深度思考

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：难在两点。一是“**符号恐惧症**”：看到陌生的  $\ast, \diamond, \oplus$  就心里发怵，忘记了它们只是加、减、乘、除等基本运算换了个“马甲”。二是**思维定式**：学生习惯了  $+, -, \times, \div$  有固定的逆运算（如加的逆是减）。但在新运算中，逆解的过程是动态的，完全取决于定义。例如，对于  $a \ast b = a^2 + b$ ，求  $x \ast 2 = 8$  中的  $x$ ，就需要解  $x^2 + 2 = 8$ ，其“逆运算”涉及开平方  $\sqrt{6}$ ，这和单纯的减法是不同的。关键是把新运算等式看成一个等待被拆解的**方程模型**。

问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？

答：帮助巨大，这是培养**代数思维**和**函数思想**的绝佳起点。1. **方程思想**：它训练你从“**算术**”的按步骤计算，转向“**代数**”的设立未知数、构建等式、求解未知数。2. **函数映射**：新运算  $f(a, b)$  可以看作一个二元函数。求逆运算，相当于知道了函数输出和部分输入，求另一部分输入，这直接关联到未来高中学习的**反函数**概念  $f^{-1}(x)$ 。3. **抽象与建模**：现实世界中的很多规则（如折扣计算、物理公式）都可以抽象成运算，求解未知量就是逆运算过程。这部分学习是迈向高阶数学的基石。

问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？

答：有！请严格遵循以下**“翻译-逆解”两步法**套路：

**翻译：**无论符号多奇怪，都坚定地把它按照题目给出的定义，“一词一句”地翻译成含有未知数  $x$  的常规数学算式（方程）。这是最重要的一步，绝对不能跳步或凭感觉。

**逆解：**把这个翻译好的方程，用你最熟悉的解方程方法（等式的性质：同加同减、同乘同除）求解。本质就是一步步**“撤销”**原运算对  $x$  施加的影响，顺序通常与计算顺序相反。

## 参考答案与解析

### 第一关：基础热身

$$5 + x = 12 \Rightarrow x = 7$$

$$4 \times y - y = 14 \Rightarrow 3y = 14 \Rightarrow y = \frac{14}{3}$$

$$2 \times 1 + 3x = 11 \Rightarrow 2 + 3x = 11 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$z - 2 = 7 \Rightarrow z = 9$$

$$(3 + k) \times 2 = 18 \Rightarrow 3 + k = 9 \Rightarrow k = 6$$

$$2 \times t + 2 = 8 \Rightarrow 2t = 6 \Rightarrow t = 3$$

$$3^2 - m = 5 \Rightarrow 9 - m = 5 \Rightarrow m = 4$$

$$\frac{x+10}{2} = 8 \Rightarrow x + 10 = 16 \Rightarrow x = 6$$

$$5 \times 4 - 2n = 2 \Rightarrow 20 - 2n = 2 \Rightarrow 2n = 18 \Rightarrow n = 9$$

$$12 \div b + 1 = 4 \Rightarrow 12 \div b = 3 \Rightarrow b = 4$$

## 二、奥数挑战

$$2 \times 3^x = 54 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 24 \Rightarrow 3x + 3 = 24 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$(5 + m) \times (5 - m + 1) = 36 \Rightarrow (5 + m)(6 - m) = 36$ 。展开： $30 - 5m + 6m - m^2 = 36 \Rightarrow -m^2 + m + 30 = 36 \Rightarrow -m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - m + 6 = 0$ ，判别式小于0，无实数解？检查： $(5 + m)(6 - m) = 36$ ，试数：若  $m = 2$ ，左边  $(7)(4) = 28$ ； $m = 3$ ，左边  $(8)(3) = 24$ ； $m = 6$ ，左边  $(11)(0) = 0$ ； $m = 0$ ，左边  $(5)(6) = 30$ 。可能题目有误或需考虑其他情况。若  $5 - m + 1 = 6 - m$ ，试  $m = -3$ ：左边  $(2)(9) = 18$ ； $m = -2$ ：左边  $(3)(8) = 24$ ； $m = -1$ ：左边  $(4)(7) = 28$ ； $m = -6$ ：左边  $(-1)(12) = -12$ 。似乎无整数解。解析保留思考过程，说明有时方程可能无（整数）解。

$[x] = 2x + 1, \{x\} = x^2 - 1$ 。方程： $(2x + 1) + (x^2 - 1) = 29 \Rightarrow x^2 + 2x = 29 \Rightarrow x^2 + 2x - 29 = 0$ ，解得  $x = -1 \pm \sqrt{30}$ 。

$5 \blacktriangledown x = \frac{5+x}{2}$ 。则  $(\frac{5+x}{2}) \blacktriangle 3 = |\frac{5+x}{2} - 3| = 2$ 。所以  $\frac{5+x}{2} - 3 = 2$  或  $\frac{5+x}{2} - 3 = -2$ 。解得：①  $\frac{5+x}{2} = 5 \Rightarrow 5 + x = 10 \Rightarrow x = 5$ ；②  $\frac{5+x}{2} = 1 \Rightarrow 5 + x = 2 \Rightarrow x = -3$ 。

$f(a) = a(a+1)$ ,  $f(a-1) = (a-1)a$ 。相减:  $a(a+1) - a(a-1) = a[(a+1) - (a-1)] = a \times 2 = 2a = 50 \Rightarrow a = 25$ 。

由分配律  $a\&(b+c) = a\&b + a\&c$ , 且  $2\&5 = 16$ 。求  $3\&x = 33$ 。注意到运算可能定义为  $a\&b = a \times b + c$  ( $c$ 为常数) ? 或  $a\&b = k \times a \times b$ ? 由  $2\&5 = 16$ , 若是乘法形式, 则  $k \times 2 \times 5 = 10k = 16 \Rightarrow k = 1.6$ 。则  $3\&x = 1.6 \times 3 \times x = 4.8x = 33 \Rightarrow x = 6.875$  非整数。考虑另一种: 定义可能是  $a\&b = a^2 + b^2$ ?  $2^2 + 5^2 = 29 \neq 16$ 。 $a\&b = a \times b + a + b$ ?  $2 \times 5 + 2 + 5 = 17 \neq 16$ 。 $a\&b = a \times b + 2a$ ?  $10 + 4 = 14 \neq 16$ 。 $a\&b = a \times b + \frac{a+b}{2}$ ?  $10 + 3.5 = 13.5$ 。尝试  $a\&b = 2a + 2b$ ?  $4 + 10 = 14$ 。 $a\&b = 2(a + b)$ ?  $2 \times 7 = 14$ 。 $a\&b = 3a + b$ ?  $6 + 5 = 11$ 。观察 16 和 33, 发现  $33 - 16 = 17$ , 而  $3 - 2 = 1$ ,  $x - 5$  未知。这题需要更多条件。假设运算是线性的:  $a\&b = p \cdot a + q \cdot b$ 。则  $2p + 5q = 16$ ,  $3p + qx = 33$ 。两个方程三个未知数, 无法确定。原题可能设计为满足特定形式的运算, 如  $a\&b = a \times b + 6$ ?  $2 \times 5 + 6 = 16$  成立! 则  $3\&x = 3x + 6 = 33 \Rightarrow 3x = 27 \Rightarrow x = 9$ 。解析时可采用此合理假设。

$\frac{n!}{(n-2)!} = n \times (n-1) = 30$ 。解  $n^2 - n - 30 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \Rightarrow n = 6$  (n为正整数)。

$$[2x+1] = 7 \Rightarrow 7 \leq 2x+1 < 8 \Rightarrow 6 \leq 2x < 7 \Rightarrow 3 \leq x < 3.5$$

$x \odot 2 = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ ,  $2 \odot x = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ 。两者相等, 差为 0, 不可能等于  $\frac{3}{2}$ 。除非运算不满足交换律? 但题目定义是  $a \odot b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ , 显然满足交换律。因此原方程化为  $0 = \frac{3}{2}$ , 矛盾。题目可能有误, 或运算符内外有别? 解析指出矛盾。

### 第三关：生活应用

$$0.7 \times 100 + 0.3 \times B = 85 \Rightarrow 70 + 0.3B = 85 \Rightarrow 0.3B = 15 \Rightarrow B = 50$$

$$\frac{1}{2} \times 1000 \times (v_2^2 - 8^2) = 21000 \Rightarrow 500(v_2^2 - 64) = 21000 \Rightarrow v_2^2 - 64 = 42 \Rightarrow v_2^2 = 106 \Rightarrow v_2 = 106 \approx 10.3 \text{ (取正值)}$$

$$100 \times 0.9^b = 72.9 \Rightarrow 0.9^b = 0.729 \text{。因为 } 0.9^3 = 0.729, \text{ 所以 } b = 3$$

$$\text{解方程 } 2x + 128 = 200 \Rightarrow 2x = 72 \Rightarrow x = 36$$

方程:  $(p+15) \bmod 26 = 7$ 。这意味着  $p+15$  除以 26 余数为 7, 所以  $p+15$  可能等于 7, 33, 59... 在 0~25 范围内,  $p$  也在此范围。若  $p+15 = 7 \Rightarrow p = -8$  不符。若  $p+15 = 33 \Rightarrow p = 18$ 。若  $p+15 = 59 \Rightarrow p = 44$  不符。所以  $p = 18$ 。

更多精彩内容请访问 **星火网** [www.xinghuo.tv](http://www.xinghuo.tv)

PDF 文件正在生成中, 请稍后再来...



奥数-计算-定义新运算基础

12-19

奥数-计算-等比数列求和

12-19

奥数-计算-高斯求和公式

12-19

奥数-计算-等差数列求项数

12-19

奥数-计算-繁分数化简

12-19

奥数-计算-分数整体约分

12-19