

# 奥数-计算-定义新运算基础

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

## 在线阅读

### 💡 阿星精讲：定义新运算：直接代入 原理

**核心概念：**嗨，同学！别被“新运算”吓到。想象一下，数学世界引进了一款新游戏，比如叫“星光战纪”。规则是：我发给你两个数字  $A$  和  $B$ ，你需要用  $2 \times A + B$  来打败怪兽。这里的“\*”就是启动这个游戏的按钮，而不是我们熟悉的乘号。所以当看到  $A * B = 2A + B$ ，**阿星说：别怕，这只是个新游戏规则，照着样子把数放进去算。** 你的任务不是发明，而是遵守规则，当一个超级执行者！

#### 计算秘籍：

**看规则：**找到等式（如  $A * B = 2A + B$ ），理解“游戏公式”。

**找数字：**确定题目中“\*”前后对应的数字分别是谁。前面的数替换公式中的  $A$ ，后面的数替换  $B$ 。

**代进去算：**把数字代入公式右边，按照四则运算顺序计算出结果。

例如：计算  $3 * 5$ 。

步骤： $A = 3, B = 5 \rightarrow$  代入公式  $2A + B \rightarrow 2 \times 3 + 5 \rightarrow 6 + 5 = 11$ 。

**阿星口诀：**新运算，莫慌张，当作游戏新规则。前代A，后代B，照着公式算到底！

### ⚠ 易错警示：避坑指南

✗ 错误1：顺序混淆。看到  $2 * 3$ ，错误计算为  $2 \times 2 + 3$  和  $2 \times 3 + 2$  结果一样吗？试试  $1 * 2$  和  $2 * 1$ 。→ ✓ 正解：位置至关重要！运算符“\*”左边的数永远对应公式中的  $A$ ，右边的数永远对应  $B$ 。 $1 * 2 = 2 \times 1 + 2 = 4$ ，而  $2 * 1 = 2 \times 2 + 1 = 5$ ，结果不同。

✗ 错误2：符号误用。计算  $4 * 2$  时，误以为是  $4 \times 2 = 8$ ，然后直接写答案。→ ✓ 正解：忘记旧习惯！“\*”在这里不是乘号。必须无视它原本的含义，只把它看作一个指向特定计算公式（ $2A + B$ ）的“信号灯”。

## 🔥 例题精讲

**例题1：**规定  $m \nabla n = 3m - n$ ，求  $5 \nabla 2$  的值。

❖ 解析：

规则是： $m \nabla n = 3m - n$ 。这里“ $\nabla$ ”是游戏按钮， $m$ 是前面数， $n$ 是后面数。

题目给出：前面数  $m = 5$ ，后面数  $n = 2$ 。

代入公式： $3m - n = 3 \times 5 - 2$ 。

计算： $15 - 2 = 13$ 。

✓ 总结：心法：认清符号，对号入座，直接代入。

**例题2：**若  $x \& y = x^2 + 2y$ ，且  $3 \& a = 13$ ，求  $a$  的值。

❖ 解析：

规则： $x \& y = x^2 + 2y$ 。

已知  $3 \& a = 13$ 。意味着当  $x = 3, y = a$  时，游戏结果等于 13。

代入公式： $3^2 + 2 \times a = 13$ 。

得到方程： $9 + 2a = 13$ 。

解方程： $2a = 13 - 9 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$ 。

✓ 总结：心法：新运算可以建立方程，是求解未知数的好工具。

**例题3：**定义  $a \odot b = 2a + b$ ，求  $(2 \odot 3) \odot 4$  的值。

❖ 解析：

规则： $a \odot b = 2a + b$ 。

有括号先算括号内：先算  $2 \odot 3$ 。代入公式： $2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$ 。

现在算式变为  $7 \odot 4$ 。这里前面数  $a = 7$ ，后面数  $b = 4$ 。

再次代入公式： $2 \times 7 + 4 = 14 + 4 = 18$ 。

所以， $(2 \odot 3) \odot 4 = 18$ 。

✓ **总结：**心法：嵌套运算，如同剥洋葱，从内到外，逐层代入。

## 阶梯训练

### 第一关：基础热身（10道）

已知  $A * B = 2A + B$ ，求  $4 * 5$ 。

已知  $A * B = 2A + B$ ，求  $1 * 8$ 。

规定  $m \star n = m + 3n$ ，求  $2 \star 5$ 。

规定  $x \circ y = 5x - 2y$ ，求  $3 \circ 1$ 。

若  $p \triangle q = p \times q + p$ ，求  $6 \triangle 2$ 。

若  $a \oplus b = a^2 - b$ ，求  $4 \oplus 3$ 。

已知  $A * B = 2A + B$ ，比较  $2 * 3$  和  $3 * 2$  的大小。

定义  $a \# b = \frac{a+b}{2}$ ，求  $10 \# 6$ 。

已知规则  $X * Y = 2X + Y$ ，请完成： $0 * 7 = ?$

已知规则  $X * Y = 2X + Y$ ，请完成： $(-2) * 5 = ?$

## 二、奥数挑战

设  $a \otimes b = 3a + 2b$ ，求  $(1 \otimes 2) \otimes 3$ 。

对于两个数  $u, v$ ，规定  $u \square v = uv + u + v$ ，求  $(2 \square 3) \square 4$ 。

若  $f \& g = f^2 - g^2$ ，且  $5 \& k = 9$ ，求  $k$  的值。

定义新运算“ $\triangle$ ”为： $a \triangle b = (a - b) \times 2$ 。解方程： $x \triangle 5 = 12$ 。

已知  $M * N = \frac{M}{N} + \frac{N}{M}$ , 求  $2 * 4 + 4 * 2$  的值。

规定  $A \diamond B = A$  与  $B$  的积减去  $A$  与  $B$  的和, 即  $AB - (A + B)$ 。求  $7 \diamond 3$ 。

若  $x \clubsuit y = 2x + 3y$ , 且  $(a \clubsuit 4) = 22$ , 求  $a$ 。

定义  $a \heartsuit b = 2a^b$ , 求  $3 \heartsuit 2$ 。

已知  $P \nabla Q = P + Q + PQ$ , 验证  $2 \nabla 3 = 3 \nabla 2$ 。这个运算满足交换律吗?

设  $a \star b = |a - b| + a$  ( $||$ 表示绝对值), 求  $(-3) \star 5$ 。

### 第三关：生活应用（5道）

**(AI模型计费)** 某AI绘图API的计费规则定义为“流量包 \* 张数 = 基础费  $\times 2 +$  张数  $\times$  单价”。若基础费为10元, 单价为2元, 小星用了1个流量包画了5张图, 请计算费用 (即求  $1 * 5$ )。

**(航天燃料)** 火箭推进器中, 燃料A和燃料B的新型混合效率公式定义为  $A \oplus B = 3A + 0.5B$ 。当注入2单位A和8单位B时, 求混合效率值。

**(网购满减)** 双十一新规: 订单“商品价 \* 件数”的优惠计算为:  $2 \times$  商品价 + 件数 元红包。小明看中一件200元的商品, 买1件, 可获得多少元红包?

**(游戏合成)** 在合成游戏中, 两件材料  $m$  和  $n$  合成新装备的等级公式为  $m \otimes n = 2m - n + 5$ 。用一件7级材料和一件4级材料合成, 新装备是几级?

**(数据加密)** 一种简单的数字加密运算定义为  $code1 * code2 = (code1 \times 3) + code2$ 。若原始密码为(2, 6), 加密后的数字是多少?

## 常见疑问 FAQ

### 专家问答：定义新运算：直接代入 的深度思考

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：主要障碍是心理恐惧和思维定势。首先, 陌生的符号 (如  $\nabla, \&, \odot$ ) 会引发不适感, 觉得是“超纲”知识。其次, 学生容易混淆符号的“名”与“实”。“\*”在生活中常代表乘, 但在新运算题中它只是个“标签”, 其“实”(真正的计算规则) 由题目单独定义。关键在于进行认知切换: 把“ $A * B$ ”整体看作一个黑箱的输入, 规则  $f(A, B) = 2A + B$  是这个黑箱

的处理程序。你不需要理解为什么，只需要执行：输入  $(A, B) \rightarrow$  调用程序  $f \rightarrow$  输出结果。

**问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？**

答：这是数学抽象思维的绝佳启蒙。1. **函数的初步体验**：新运算本质上就是一个二元函数  $f(A, B)$ 。例如  $A * B = 2A + B$  就是函数  $f(x, y) = 2x + y$ 。现在的手动代入，是为将来学习函数解析式  $f(x)$  的计算打基础。2. **理解数学的抽象性与规定性**：数学符号的意义是可以被定义的。就像未来你会学到集合的运算、向量的点乘等，它们都有自己独特的定义。3. **培养严谨的阅读理解能力**：必须仔细读题，准确提取规则，这一点在解决所有数学应用题中都至关重要。

**问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？**

答：有！可以总结为“照猫画虎”四字诀：

**照（找模板）**：在题目中找到定义等式，如  $\text{猫} * \text{虎} = 2 \times \text{猫} + \text{虎}$ 。这就是你的“猫虎图样”。

**猫（认前数）**：确定要计算的式子中，“\*”前面的数字就是“猫”。

**虎（认后数）**：确定“\*”后面的数字就是“虎”。

**画（代入算）**：把“猫”和“虎”放入“图样”右边对应的位置，老老实实计算： $2 \times (\text{前数}) + (\text{后数})$ 。

无论符号怎么变  $(\triangle, \#, \heartsuit)$ ，核心套路不变：找到定义式，明确对应关系，严格代入计算。把这个流程变成肌肉记忆，此类题目再无难度。

参考答案与解析

**第一关：基础热身**

$$4 * 5 = 2 \times 4 + 5 = 8 + 5 = 13$$

$$1 * 8 = 2 \times 1 + 8 = 2 + 8 = 10$$

$$2 * 5 = 2 + 3 \times 5 = 2 + 15 = 17$$

$$3 \circ 1 = 5 \times 3 - 2 \times 1 = 15 - 2 = 13$$

$$6 \triangle 2 = 6 \times 2 + 6 = 12 + 6 = 18$$

$$4 \oplus 3 = 4^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$2 * 3 = 2 \times 2 + 3 = 7, \quad 3 * 2 = 2 \times 3 + 2 = 8, \text{ 所以 } 3 * 2 > 2 * 3。$$

$$10 \# 6 = \frac{10+6}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$0 * 7 = 2 \times 0 + 7 = 0 + 7 = 7$$

$$(-2) * 5 = 2 \times (-2) + 5 = -4 + 5 = 1$$

## 二、奥数挑战

先算  $1 \otimes 2 = 3 \times 1 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$ 。再算  $7 \otimes 3 = 3 \times 7 + 2 \times 3 = 21 + 6 = 27$ 。

先算  $2 \square 3 = 2 \times 3 + 2 + 3 = 6 + 2 + 3 = 11$ 。再算  $11 \square 4 = 11 \times 4 + 11 + 4 = 44 + 11 + 4 = 59$ 。

$5 \& k = 5^2 - k^2 = 25 - k^2 = 9$ 。所以  $k^2 = 25 - 9 = 16$ ,  $k = 4$  或  $k = -4$ 。

$x \triangle 5 = (x - 5) \times 2 = 12$ 。所以  $x - 5 = 6$ ,  $x = 11$ 。

$2 * 4 = \frac{2}{4} + \frac{4}{2} = 0.5 + 2 = 2.5$ 。  $4 * 2 = \frac{4}{2} + \frac{2}{4} = 2 + 0.5 = 2.5$ 。和为  $2.5 + 2.5 = 5$ 。

$7 \diamond 3 = 7 \times 3 - (7 + 3) = 21 - 10 = 11$ 。

$a \clubsuit 4 = 2 \times a + 3 \times 4 = 2a + 12 = 22$ 。所以  $2a = 10$ ,  $a = 5$ 。

$3 \heartsuit 2 = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ 。

$2 \nabla 3 = 2 + 3 + 2 \times 3 = 11$ 。  $3 \nabla 2 = 3 + 2 + 3 \times 2 = 11$ 。相等, 所以这个“ $\nabla$ ”运算满足交换律。

$(-3) \star 5 = |(-3) - 5| + (-3) = |-8| - 3 = 8 - 3 = 5$ 。

## 第三关：生活应用

规则对应  $A * B = 2A + B$ , 其中  $A$ 为基础费10,  $B$ 为单价2与张数5的积? 注意审题: “基础费  $\times 2 +$  张数  $\times$  单价”。流量包数1即基础费只算一次。费用 =  $2 \times 10 + 5 \times 2 = 20 + 10 = 30$  元。

$2 \oplus 8 = 3 \times 2 + 0.5 \times 8 = 6 + 4 = 10$ 。

红包 =  $2 \times 200 + 1 = 400 + 1 = 401$  元。

$7 \otimes 4 = 2 \times 7 - 4 + 5 = 14 - 4 + 5 = 15$  级。

加密后数字 =  $2 * 6 = (2 \times 3) + 6 = 6 + 6 = 12$ 。

更多精彩内容请访问 **星火网** [www.xinghuo.tv](http://www.xinghuo.tv)

PDF 文件正在生成中, 请稍后再来...

## 更多练习题

奥数-计算-等比数列求和

12-19

奥数-计算-高斯求和公式

12-19

奥数-计算-等差数列求项数

12-19

奥数-计算-繁分数化简

12-19

奥数-计算-分数整体约分

12-19

奥数-计算-分数裂项进阶

12-19