

奥数-计数-树形图枚举

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

知识要点

💡 核心概念：

树形图，就像一棵大树的生长过程。从树根（起点）开始，每做一个选择，就长出一个新的树枝。把所有可能的选择都画出来，最后长成的“大树”上，每一条从树根到树叶的完整路径，就代表了一种可能的情况。用这种画图的方法，把所有情况一个不漏、一个不重地找出来，就叫枚举法（树形图法）。

📝 计算法则：

确定起点：想清楚要从什么事情开始。

分步画“枝”：把解决问题的每一步，像树枝分叉一样画出来。每一步有几种选择，就画出几个分支。

有序枚举：按照一定的顺序（从小到大、从上到下等）列出所有选择，避免混乱和遗漏。

检查终点：沿着每条从起点到终点的路径走一遍，确保每条路都是一种独立、完整的情况。

数清结果：最后数一数有多少条完整的路径，就是有多少种可能。

◎ 记忆口诀：

“从头开始分步走，一枝一叉画清楚。有序枚举不遗漏，数清路径得总数。”

📎 知识关联：

二年级的搭配问题：用简单的列表或连线来搭配衣服、早餐，是树形图的雏形。

乘法原理：如果每一步的选择相互独立，那么总方法数等于每一步方法数的乘积。树形图可以直观地验证乘法原理。

有序枚举思想：在数图形、找规律时养成的有序思考习惯，是画好树形图的基础。

易错点警示

✗ 错误1：忽略“重复”情况。例如，用数字 1, 2, 3 组两位数，如果题目说“数字可以重复”，树形图的每一枝上都应该有 1, 2, 3 三种可能。

✓ 正解：审题时圈出关键词“能重复”或“不能重复”，再开始画图。

✗ 错误2：步骤顺序混乱导致遗漏。例如，从A地经B地到C地，有3条路去B地，2条路从B到C。如果先画从B到C的路，再画从A到B的路，很容易数错。

✓ 正解：严格按照事情发生的时间顺序或逻辑顺序分步画图。先画第一步（A到B），再画第二步（B到C）。

✗ 错误3：画图杂乱无章，自己都看不清。线条交叉，书写潦草，最后数不清路径。

✓ 正解：养成良好书写习惯，使用尺子画线，上下左右对齐，在树枝末端清晰标出结果。

三例题精讲

🔥 例题1：用数字 1, 2, 3 可以组成多少个没有重复数字的两位数？

✍ 第一步：确定起点和步骤。组成两位数，分两步：先选十位，再选个位。

✍ 第二步：画树形图。从“十位”开始，有三种选择（1, 2, 3）。选定十位后，个位只能从剩下的两个数字中选。

十位

1

2

3

(个位2) → 12

(个位3) → 13

(个位1) → 21

(个位3) → 23

(个位1) → 31

(个位2) → 32

❀ 第三步：数出所有终点（树叶）上的数。

✓ 答案：可以组成 6 个两位数，分别是 12, 13, 21, 23, 31, 32。

💬 总结：解决“组数”问题，通常按数位顺序（从高位到低位）画树形图，并注意数字能否重复。

🔥 例题2：小胖有 3 件上衣（红、黄、蓝）和 2 条裤子（黑、白）。他有多少种不同的穿衣搭配？

❀ 第一步：确定步骤。先选上衣，再选裤子（或先选裤子再选上衣也可以）。

❀ 第二步：画树形图。从“上衣”开始分三步。

上衣

红

黄

蓝

黑 → 红黑

白 → 红白

黑 → 黄黑

白 → 黄白

黑 → 蓝黑

白 → 蓝白

❀ 第三步：数出所有搭配。

✓ 答案：有 $3 \times 2 = 6$ 种不同的搭配。

💬 总结：这是经典的“搭配”问题，树形图清晰地展示了乘法原理（3种选择乘以2种选择）。

🔥 例题3：从学校到公园有2条路，从公园到图书馆有3条路。小明从学校经公园到图书馆，一共有多少种不同的走法？

❀ 第一步：确定步骤。分两段路走：第一段“学校→公园”，第二段“公园→图书馆”。

❀ 第二步：画树形图。从学校（起点）开始。

学校

路A

路B

(到公园)

(到公园)

路1 → A1

路2 → A2

路3 → A3

路1 → B1

路2 → B2

路3 → B3

❀ 第三步：数出所有走法。图中每条路径的终点（如A1, A2, ..., B3）代表一种走法。

答案：一共有 $2 \times 3 = 6$ 种不同的走法。

总结：解决“路径”问题，把整个过程分成几个连续的阶段，用树形图枚举出所有路线组合。

练习题（10道）

用数字 4 和 5 可以组成多少个不同的两位数？（数字可以重复）

小红有 2 顶帽子（鸭舌帽、草帽）和 3 条围巾（红、蓝、格纹）。一顶帽子配一条围巾，有多少种搭配？

从甲地到乙地有 3 条路，从乙地到丙地有 2 条路。从甲地经过乙地到丙地，有几种不同的走法？

用数字 1, 0, 8 组成没有重复数字的两位数，能组成哪些数？

小丽、小华、小强三人排成一排照相，小丽要站在中间。一共有多少种不同的排法？

一个密码锁的密码是两位数字，每一位都可以是 0 到 9 中的任意一个。这个密码锁最多有多少种不同的密码？

掷一枚硬币两次（第一次掷，第二次掷），可能出现哪几种正反面情况？（用“正”“反”表示）

用 1 元、5 角两种硬币付 2 元钱，有多少种不同的付法？（不考虑硬币顺序）

书架上有 3 本不同的故事书和 2 本不同的科技书。小明要借 1 本故事书和 1 本科技书，有多少种不同的借法？

小刚有 4 张不同的邮票，他要选出 2 张送给朋友，有多少种不同的选法？

奥数挑战（10道）

用数字 0, 2, 4, 6 可以组成多少个没有重复数字的三位偶数？

甲、乙、丙、丁四人进行乒乓球单打比赛，每两人都要比赛一场。一共要比赛多少场？请用树形图表示甲参与的所有比赛安排。

从 1, 2, 3, 4, 5 中选出两个不同的数字，使得它们的和是偶数，共有多少种选法？

一个三位数，它的百位数字比十位数字大 1，十位数字比个位数字大 1。这样的三位数有多少个？

小明要从 A 点出发，经过 B 点或 C 点，最后到达 D 点。A 到 B 有 2 条路，A 到 C 有 1 条路，B 到 D 有 3 条路，C 到 D 有 2 条路。请问小明从 A 到 D 共有多少种不同的走法？

有 4 个小朋友，每两个人通一次电话，一共要通多少次电话？如果互相寄一张贺卡，一共要寄多少张贺卡？

用 1 克、2 克、4

克的砝码各一个，可以称出多少种不同重量的物体？（天平两边都可以放砝码）

从 1 写到 100，一共写了多少个数字“0”？

一个自然数，它的各位数字之和是 3，并且是两位数。这样的两位数有几个？

有五面不同颜色的小旗，任意取出三面排成一排，表示一种信号。一共可以表示多少种不同的信号？

生活应用（5道）

（高铁） 从北京南站到上海虹桥站，每天有 8 个不同时间点的高铁班次。从上海虹桥站到杭州东站，每天有 12 个不同时间点的高铁班次。如果你要从北京坐高铁到杭州（在上海换乘），并且不考虑换乘时间限制，单从车次组合上看，你有多少种不同的乘车方案？

（AI对话） 一个智能AI对话机器人，回答一个问题时，第一步有 3 种理解问题的方式，第二步对每种理解方式有 2 种生成答案的策略，第三步对每种策略有 4 种语言风格进行润色。这个AI生成一个最终回答，可能有多少种不同的内部处理路径？

（环保） 社区要进行垃圾分类宣传，需要设计一张海报。海报主题有 2 种（“变废为宝”或“绿色生活”），主色调有 3 种（绿、蓝、灰），宣传语有 4 条备选。如果每种组合都设计一张海报，最多需要设计多少张不同的海报？

（航天） 中国空间站的某个科学实验，需要按顺序完成三个步骤：A（准备样本）、B（启动设备）、C（记录数据）。其中步骤A有 2 种方案，步骤B有 3 种参数设置，步骤C有 2 种记录模式。这个实验共有多少种不同的操作流程？

（网购） 你在一个购物APP上想买一件衬衫和一条裤子。系统根据你的喜好，推荐了 5 款衬衫和 6 款裤子。你计划先买衬衫，收到货试穿满意后再决定买哪条裤子搭配。那么，从系统推荐的商品里，你最终可能形成多少种“衬衫+裤子”的购买结果？

参考答案与解析

【练习题答案】

4 个 (44, 45, 54, 55)。

$2 \times 3 = 6$ 种。

$3 \times 2 = 6$ 种。

4 个 (10, 18, 80, 81)。

解析：注意 0 不能在十位。

2 种。

解析：小丽位置固定，只需排小华和小强在左右，有 2 种。

$10 \times 10 = 100$ 种。

4 种：正正、正反、反正、反反。

3 种。付法：① 2 个 1 元；② 1 个 1 元 + 2 个 5 角；③ 4 个 5 角。

$3 \times 2 = 6$ 种。

6 种。

解析：设邮票为 A, B, C, D。选法：AB, AC, AD, BC, BD, CD。

【奥数挑战答案】

10 个。

解析：个位是 0, 2, 4, 6 且是三位数。分情况画树：个位为 0，百位有 2, 4, 6 三种，十位剩两种，共 $3 \times 2 = 6$ 个；个位为 2（或 4, 6），百位不能是 0，有两种选择，十位剩两种，共 $3 \times (2 \times 2) = 12$ 个？等一下，这里计算有误。重新枚举：个位为 0：(2, 4, 6 选百位) \times (剩下两个数字选十位) = $3 \times 2 = 6$ 个。个位为 2：百位从 4, 6 中选（因为不能是 0），有 2 种，十位从剩下的两个数字（包括 0 和另一个）中选，有 2 种，共 $2 \times 2 = 4$ 个。同理，个位为 4 和 6 时，也各是 4 个。但注意，当个位是 2 时，百位能选 4 和 6，但不能选 0。所以总数是 $6 + 4 + 4 + 4 = 18$ 个？我检查一下数字：用 0, 2, 4, 6 组成无重复数字的三位偶数。个位为 0：百位有 3 种(2, 4, 6)，十位有 2 种，共 6 个。个位为 2：百位有 2 种(4, 6)，十位有 2 种(剩下的两个，包括 0)，共 4 个(如 402, 462, 602, 642)。等等，402 的个位是 2 吗？402 的个位是 2，是的。但 402 是偶数，符合。个位为 4：百位有 2 种(2, 6)，十位有 2 种，共 4 个。个位为 6：百位有 2 种(2, 4)，十位有 2 种，共 4 个。所以总数是 $6 + 4 + 4 + 4 = 18$ 个。我最初答案 10 个是错的。正确答案应为 18 个。

6 场。

解析：甲分别与乙、丙、丁比，画三条枝；然后乙与丙、丁比（已和甲比过），丙与丁比。总场数 $3 + 2 + 1 = 6$ 。树形图从甲开始分支即可。

4 种。

解析：和是偶数，要么两个都是奇数，要么两个都是偶数。奇数有 1, 3, 5 共 3 个，两两组合有 3 种(1-3, 1-5, 3-5)。偶数有 2, 4 共 2 个，组合有 1 种(2-4)。总共 4 种。

7 个。

解析：设个位为 a ，则十位为 $a + 1$ ，百位为 $a + 2$ 。 a 可以从 0 取到 7，但百位不能为 0，所以 $a + 2 \geq 1$ ，即 $a \geq -1$ ，实际上 a 最小为 0。但还要保证每个数位是 0 到 9 的数字。所以 $a + 2 \leq 9$ ，即 $a \leq 7$ 。同时 $a + 1 \leq 9$ ，即 $a \leq 8$ 。所以 a 取 0 到 7。列举： $a = 0 : 210; a = 1 :$

$321; a = 2 : 432; a = 3 : 543; a = 4 : 654; a = 5 : 765; a = 6 : 876; a = 7 : 987$ 。共 8 个。我最初答案 7 个是错的。是 8 个。

8 种。

解析：分两类。第一类： $A \rightarrow B \rightarrow D$ ，有 $2 \times 3 = 6$ 种。第二类： $A \rightarrow C \rightarrow D$ ，有 $1 \times 2 = 2$ 种。总共 $6 + 2 = 8$ 种。

电话：6 次；贺卡：12 张。

解析：通电话两人一次，是组合问题， $3 + 2 + 1 = 6$ 次。寄贺卡你寄给我和我寄给你不同，是排列问题，每人要给其他 3 人寄，共 $4 \times 3 = 12$ 张。

7 种。

解析：可以称出的重量（克）有：1, 2, 3(1+2), 4, 5(1+4), 6(2+4), 7(1+2+4)。注意天平两边放，还可以称出：1 克（一边放 1 克物体，另一边放 1 克砝码）？不对，这是称物体重量。假设物体放一边，砝码可以放另一边或同一边。能称出的重量是砝码之间的和或差。枚举所有砝码组合的“代数和”（可正可负）：1, 2, 4, $1+2=3$, $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$, $2-1=1$ （重复）, $4-1=3$ （重复）, $4-2=2$ （重复）, $4+1-2=3$ （重复）, $4+2-1=5$ （重复）, $4-1-2=1$ （重复）。所以不重复的重量为：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7。共 7 种。

11 个。

解析：个位：10, 20, ..., 90 有 9 个 0；十位：没有；100 有 2 个 0。总共 $9 + 2 = 11$ 个。

3 个。

解析：数字和为 3 的两位数：12, 21, 30。共 3 个。

60 种。

解析：这是排列问题 $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 。树形图：第一面旗 5 种选法，第二面 4 种，第三面 3 种。

【生活应用答案】

$8 \times 12 = 96$ 种。

解析：分两步选择，用乘法原理。

$3 \times 2 \times 4 = 24$ 种。

$2 \times 3 \times 4 = 24$ 张。

$2 \times 3 \times 2 = 12$ 种。

$5 \times 6 = 30$ 种。

解析：虽然购买有先后，但最终结果仍是衬衫和裤子的一个组合。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-计数-字典序枚举

12-18

奥数-数论-二进制转换

12-18

奥数-数论-完全平方数尾数

12-18

奥数-数论-位值原理

12-18

中国剩余定理详解与练习题(含答案)

12-18

同余周期问题详解与练习题(奥数数论专题)

12-18