

奥数-计数-加法原理

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

加法原理：分类

知识要点

核心概念

加法原理，也叫分类计数原理。它解决的是“分类做事”的问题。想象一下，你要从家去学校，有好几种完全不同的方式：可以坐3路公交车，或者坐5路公交车，还可以骑共享单车。那么，你一共有多少种去学校的方法呢？

答案很简单，就是把每种方式的数量加起来： $3 + 5 + 1 = 9$ 种。这里的关键是，这些方式是“分类”的，你选择了坐3路车，就不会同时选择骑单车，它们是互相独立的。简单说，就是“要么...要么...”的关系。计算总数时，就要“**分开数，再相加**”。

计算法则

判断：看完成一件事的方法，是不是可以分成几类互不重叠的方式。

分类：按照一个合理的标准，把所有可能的情况分成几类，确保“不重复、不遗漏”。

计数：数出每一类中具体有多少种方法。

相加：把每一类的方法数加起来，得到总方法数。

记忆口诀

事情一步成，方法有多类。各类分开数，最后加一起。

知识关联

一年级上册：分类与整理——学习将物品按不同标准分类，是加法原理分类思想的基础。

二年级上册：**100以内的加法和减法**——加法原理最终需要用到加法运算。

未来关联：**乘法原理**——加法原理解决“分类”问题（要么…要么…）；乘法原理解决“分步”问题（先…再…）。两者是计数问题的两大基石。

易错点警示

✗ 错误1：与乘法原理混淆

[错误做法] 从甲地到乙地有3条路，从乙地到丙地有2条路，问从甲地经乙地到丙地有多少种走法？错误列式： $3 + 2 = 5$ (种)

正解：这需要“先”从甲到乙，“再”从乙到丙，是分步完成，应用乘法原理。正确列式： $3 \times 2 = 6$ (种)

✗ 错误2：分类重复或遗漏

[错误做法] 一个自然数在1-10之间，它是2的倍数或3的倍数，这样的数有几个？错误做法：2的倍数有5个，3的倍数有3个，共 $5 + 3 = 8$ 个。

正解：数字6既是2的倍数又是3的倍数，被重复计算了。正确的分类是：只是2的倍数：2，4，8，10 (4个)；只是3的倍数：3，9 (2个)；既是2又是3的倍数：6 (1个)。总数为 $4 + 2 + 1 = 7$ 个。或者用包含排除原理： $5 + 3 - 1 = 7$ 个。

✗ 错误3：忽略题意，盲目相加

[错误做法] 书架上有5本不同的故事书和4本不同的科技书，小明想借1本书，有多少种借法？错误列式：先算借故事书有5种，再算借科技书有4种，然后… $5 \times 4 = 20$ (种)？

正解：小明“只借1本”，要么借故事书，要么借科技书。这是典型的分类问题，应用加法原理： $5 + 4 = 9$ (种)。

三例题精讲

🔥 例题1：小明的早餐可以选择一种主食：包子或油条；可以选择一种饮品：豆浆或牛奶。如果他必须选一种主食和一种饮品配成一套早餐，有多少种不同的搭配？

💡 第一步：分析问题。要完成“配成一套早餐”这件事，需要分两步：先选主食，再选饮品。这是“分步”问题，应用**乘法原理**。

💡 第二步：计算。选主食有2种方法，选饮品有2种方法。搭配总数 = 2×2 。

💡 第三步：得出结果。 $2 \times 2 = 4$ (种)。

答案：4种。

总结：本题故意设计成与加法原理易混淆的“分步”情境，意在强调审题的重要性。看清是“分类”还是“分步”是关键。

例题2：学校趣味运动会有三个项目：跳绳、踢毽子和拍皮球。每位同学至少要报1项，最多报3项。小华想从这三个项目中选一些来报名，他有多少种不同的报名方式？

第一步：分析问题。小华的报名方式可以按“报了几个项目”来分类。

第二步：分类计数。

第一类：只报1项。有3种方式（只报跳绳、只报踢毽子、只报拍皮球）。

第二类：报2项。需要从三项中选两项。可以枚举：跳绳+踢毽子、跳绳+拍皮球、踢毽子+拍皮球。共3种方式。

第三类：报3项。只有1种方式（全报）。

第三步：相加求和。总方式 = $3 + 3 + 1$ 。

答案： $3 + 3 + 1 = 7$ (种)。

总结：对于情况较多的问题，找到一个清晰、不重复的分类标准（如本例中的“报名项数”）是解题的突破口。

例题3：用数字1，3，5可以组成多少个没有重复数字的两位数？

第一步：分析问题。组成一个两位数需要确定十位和个位。我们可以按照“十位上的数字是几”来分类，这样分类清晰且不会乱。

第二步：分类计数。

第一类：十位是1。那么个位可以是3或5。组成13，15。共2个。

第二类：十位是3。那么个位可以是1或5。组成31，35。共2个。

第三类：十位是5。那么个位可以是1或3。组成51，53。共2个。

💡 第三步：相加求和。总个数 = $2 + 2 + 2$ 。

✓ 答案： $2 + 2 + 2 = 6$ (个)。

💬 总结：这也是一个可以用乘法原理 ($3 \times 2 = 6$) 解决的问题。但用“按十位数字分类”的加法原理解答，思路同样自然，并且能很好地体现“分类”思想。两种方法可以相互验证。

练习题 (10道)

小红有3支红色铅笔和2支蓝色铅笔，她任选1支，有几种不同的选法？

从北京到上海，可以坐高铁、飞机或者长途汽车。如果每天高铁有10趟，飞机有8个航班，长途汽车有5班，那么一天中从北京到上海共有多少种不同的交通选择？

一个骰子有6个面，点数分别是1, 2, 3, 4, 5, 6。掷一次骰子，朝上的点数要么是偶数，要么是大于3的数。满足条件的点数有几种可能？

书架上有4本不同的漫画书和5本不同的童话书，小明要借2本书，并且要求这2本书必须是同一种类的（要么都是漫画书，要么都是童话书），他有几种不同的借法？

用数字0, 2, 4可以组成多少个没有重复数字的两位数？

班级里有会唱歌的学生10人，会跳舞的学生8人，其中既会唱歌又会跳舞的有3人。请问，至少会唱歌或跳舞中一项的学生有多少人？

从1写到100，一共写了多少个数字“5”？

食堂午餐提供2种荤菜和3种素菜。如果一份套餐必须包含1荤1素，有多少种搭配？如果一份套餐可以只打1个菜（荤或素），有多少种选择？

小芳有3件不同的上衣和2条不同的裤子。如果她今天只想穿一件上衣或一条裤子（而不是一套），有多少种穿着选择？

一个两位数，它的十位数字比个位数字小。这样的两位数有多少个？

奥数挑战 (10道)

在1到100的所有自然数中，不是3的倍数也不是5的倍数的数有多少个？

如图，从A点出发到B点，要求只能向右或向上走，一共有多少种不同的走法？

A

B

用0, 1, 2, 3, 4这五个数字, 可以组成多少个没有重复数字的三位偶数?

一个口袋里有5个完全相同的红球和6个完全相同的蓝球。从中取出3个球, 可能有多少种不同的颜色组合情况? (只考虑颜色, 不考虑顺序)

如图, 给地图上的四个区域 (A, B, C, D) 涂色, 要求相邻区域颜色不同。现有4种不同颜色, 有多少种不同的涂色方法?

A

B

C

D

从1, 2, 3, ..., 10中任取两个不同的数, 使得它们的和是偶数, 一共有多少种取法?

一个五位数, 从左到右, 数字依次增大 (例如: 13479符合, 13579也符合, 但13549不符合), 这样的五位数有多少个?

甲、乙、丙、丁四人排成一排, 甲不能站在最左边, 乙不能站在最右边, 共有多少种不同的排法?

有5把不同的钥匙和5把不同的锁, 每把钥匙只能开一把锁。现在钥匙和锁都乱了, 最多试多少次, 就一定能将所有的钥匙和锁配对成功?

求自然数1到1000中, 所有数字之和 (即 $1+2+3+\dots+1000$ 的和) 的末三位数字是多少?

生活应用 (5道)

(高铁) 从“北京南站”到“上海虹桥站”，高铁列车有“G1”、“G3”等10个车次，动车有“D1”、“D2”等5个车次。如果你要从这两个站之间选择一班列车乘坐，有多少种不同的车次选择？

(航天) 我国某系列运载火箭准备执行一次发射任务。工程师需要为火箭的芯级选择一种燃料（液氢或煤油），同时为助推器选择一种材料（碳纤维或铝合金）。如果芯级和助推器的选择是独立的，那么工程师有多少种不同的技术方案组合？

(环保) 小区进行垃圾分类，一个垃圾桶需要张贴标识。标识由两部分组成：第一部分是垃圾类别（可回收物、厨余垃圾、有害垃圾、其他垃圾），第二部分是投放时间（上午、下午）。制作这样一个完整的标识，有多少种不同的内容组合？

(AI) 训练一个简单的图像识别AI，需要先选择一种算法模型（模型A或模型B），再选择一种训练数据集（数据集X或数据集Y）。AI研究员有多少种不同的“算法+数据”组合方式来开始这次训练？

(网购) 你在一个购物APP上筛选商品。筛选条件如下：价格区间（0-50元或51-100元），发货地（北京或上海）。如果你必须同时使用这两个筛选条件，最终会得到多少种不同的筛选组合？（注意：是筛选条件的组合，不是商品数量）

参考答案与解析

【练习题答案】

答案： $3 + 2 = 5$ (种)。任选1支，要么选红色，要么选蓝色，分类相加。

答案： $10 + 8 + 5 = 23$ (种)。选择一种交通方式，三类互斥，直接相加。

答案：5种。偶数有2, 4, 6 (3种)；大于3的数有4, 5, 6 (3种)。数字4和6被重复计算。分类：只是偶数：2 (1种)；只是大于3的数：5 (1种)；既是偶数又大于3：4, 6 (2种)。总数 $1 + 1 + 2 = 4$ 种？等等，仔细审题“点数要么是偶数，要么是大于3的数”，这意味着只要满足其中一个条件即可。所以直接用加法原理会重复计算同时满足的。正确列表：符合条件的点数是：2, 4, 5, 6。共4种。如果用原理： $3(\text{偶数}) + 3(\text{大于3}) - 2(\text{4和6被重复计算}) = 4$ 种。

答案：16种。第一类：借2本漫画书，有 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 种 (组合数思想，小学可用枚举：AB, AC, AD, BC, BD, CD)。第二类：借2本童话书，有 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ 种。总数为 $6 + 10 = 16$ 种。

答案：4个。按十位分类：十位是2 (20, 24)；十位是4 (40, 42)。注意十位不能是0。总数为 $2 + 2 = 4$ 个。

答案：15人。至少会一项的人数 = 只会唱歌的 + 只会跳舞的 + 两项都会的。或者用包含排除： $10 + 8 - 3 = 15$ 人。

答案：20个。分类：个位是5 (5, 15, ..., 95) 有10个；十位是5 (50, 51, ..., 59) 有10个。其中55被重复计算一次。总数为 $10 + 10 - 1 = 19$ 个。注意：55中的两个5都要算。写一遍：5, 15,

25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 75, 85, 95。确实是19个？等等，55里有2个‘5’。所以数字‘5’出现的次数是：个位10次，十位10次。总共20次。题目问“写了多少个数字‘5’”，不是“有多少个含5的数”。所以是 $10 + 10 = 20$ 个。

答案：第一问： $2 \times 3 = 6$ 种（乘法原理）。第二问：只打1个菜，要么是荤菜(2种)，要么是素菜(3种)，所以是 $2 + 3 = 5$ 种（加法原理）。

答案：5种。只想穿一件上衣(3种)或一条裤子(2种)，分类相加： $3 + 2 = 5$ 种。注意这和“穿一套（一件上衣和一条裤子）”的区别。

答案：36个。按十位数字分类：

十位是1：个位可以是2-9，共8个。

十位是2：个位可以是3-9，共7个。

...

十位是8：个位只能是9，共1个。

十位是9：个位没有比9大的，共0个。

总数 = $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ 个。

【奥数挑战答案】

答案：53个。

解析：1-100中，3的倍数有33个，5的倍数有20个，15的倍数有6个。至少是3或5的倍数的数有 $33 + 20 - 6 = 47$ 个。所以不是3也不是5的倍数的数有 $100 - 47 = 53$ 个。

答案：126种。

解析：从A到B需要向右走5格，向上走4格，共9步。走法总数等于从9步中选择4步向上（或5步向右）的组合数。 $C_9^4 = 126$ 。（小学高年级可讲解“标数法”，每个点的走法数等于左边和下方点走法数之和，从A点开始标1，逐步推导，B点标的数字即为答案）。

答案：30个。

解析：三位偶数要求个位是偶数。分类：

个位是0：百位有4种选择(1,2,3,4)，十位有3种选择，共 $4 \times 3 = 12$ 个。

个位是2或4：百位有3种选择（不能是0和已选的个位数字），十位也有3种选择（剩下3个数字），共 $2 \times 3 \times 3 = 18$ 个。

总计 $12 + 18 = 30$ 个。

答案：4种。

解析：只考虑颜色组合，可能的情况有：3红，2红1蓝，1红2蓝，3蓝。共4种。注意球完全相同，所以同种颜色间无区别。

答案：84种。

解析：按A, B, C, D顺序涂色。A有4种颜色可选。B与A相邻，有3种颜色可选。C与A、B相邻，

有2种颜色可选。D与B、C相邻，需要分两类讨论：若B与C颜色不同，则D有2种颜色可选；若B与C颜色相同，则D有3种颜色可选。

B、C颜色不同的情况： $4 \times (3 \times 2 \times 2) = 48$ 种。

B、C颜色相同的情况：此时B有3种选择（与A不同），C只有1种选择（与B同），D有3种选择（与B、C不同）。共 $4 \times (3 \times 1 \times 3) = 36$ 种。

总计 $48 + 36 = 84$ 种。

答案：20种。

解析：和是偶数，要求两个数同奇或同偶。1-10中奇数有5个，偶数有5个。

取两个奇数：有 $C_5^2 = 10$ 种。

取两个偶数：有 $C_5^2 = 10$ 种。

总计 $10 + 10 = 20$ 种。

答案：252个。

解析：这是一个组合问题。从0-9这10个数字中任意选出5个不同的数字，只有一种方式能按从小到大的顺序排列成一个五位数（因为从左到右依次增大）。所以这样的五位数的个数，就等于从10个数字中选取5个数字的组合数。 $C_{10}^5 = 252$ 。注意：0可以选，但只要0被选中，它必然是最左边的数字，这是允许的（如01234，但这不是五位数？严格来说，五位数首位不能为0，所以需要排除包含0的情况）。题目说“一个五位数”，所以万位不能是0。因此，我们需要从1-9中先选万位数字，再从剩下的数字中选后面的数字，但这样无法保证严格“依次增大”。

正解：因为数字依次增大，所以一旦选定了5个不同的数字，这个五位数就被唯一确定了（按从小到大排列）。现在我们要从1-9这9个数字中选5个（因为0不能在最前，且如果选了0，0必须排最前，导致不是五位数），所以是 $C_9^5 = 126$ 个。抱歉之前的解析有误。

答案：14种。

解析：无限制排列有 $4! = 24$ 种。

甲在最左边的排列：把甲固定在最左，其余3人排列，有 $3! = 6$ 种。

乙在最右边的排列：同样有 $3! = 6$ 种。

甲在最左且乙在最右的排列：有 $2! = 2$ 种。

根据容斥原理，不符合条件（甲在左或乙在右）的排法有 $6 + 6 - 2 = 10$ 种。

所以符合条件的排法有 $24 - 10 = 14$ 种。

答案：10次。

解析：考虑最不利情况（即试的次数最多）。第一把锁，最多试4次（前4把钥匙都不对，那么第5把肯定对，但不用试了）。打开第一把锁后，剩下4把锁4把钥匙。第二把锁，最多试3次。第三把锁，最多试2次。第四把锁，最多试1次。最后一把锁和钥匙直接配对。所以最多需要试的次数 = $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 次。

答案：500。

解析：求和的末三位，即求 $S = 1 + 2 + \dots + 1000$ 除以1000的余数。 $S = (1 + 1000) \times$

$1000 \div 2 = 500$ 。末三位是500。

【生活应用答案】

答案: $10 + 5 = 15$ 种。

解析: 在高铁和动车两类车次中选择一种, 用加法原理。

答案: $2 \times 2 = 4$ 种。

解析: 选择芯级燃料和选择助推器材料是两个独立的步骤, 用乘法原理。

答案: $4 \times 2 = 8$ 种。

解析: 标识由两部分内容组合而成, 是分步完成, 用乘法原理。

答案: $2 \times 2 = 4$ 种。

解析: 选择算法模型和选择训练数据集是两个步骤, 用乘法原理。

答案: $2 \times 2 = 4$ 种。

解析: 同时使用两个筛选条件, 每个条件选择一个选项, 是分步完成, 用乘法原理。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中, 请稍后再来...

更多练习题

[树形图枚举法详解\(含奥数练习题\)](#)

12-18

[字典序枚举法详解\(含奥数计数练习题\)](#)

12-18

[二进制转换详解与练习题\(奥数数论专题\)](#)

12-18

[完全平方数尾数特征详解\(含奥数练习题\)](#)

12-18

[位值原理详解与奥数练习题\(含PDF下载\)](#)

中国剩余定理详解与练习题(含答案)

