

# 奥数-计数-乘法原理

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

## 在线阅读

作为资深小学数学教研专家，我为你精心准备了一份关于“乘法原理：分步”的完整学习资料。这份资料将帮助你从基础概念出发，逐步掌握这一重要的计数方法。

## 知识要点

### 核心概念

乘法原理，也叫分步计数原理，是解决“一件事需要分几步完成，每一步有几种不同的方法，问完成这件事一共有多少种不同方法”的问题。它的核心思想是：**步步相乘**。

想象一下，你要从家去学校。首先，你需要选择一种交通工具到地铁站（比如有3种选择：走路、骑车、坐公交）。到了地铁站后，你需要选择乘坐哪一条线路的地铁（比如有2条线路可选）。那么，从家到学校，你一共就有  $3 \times 2 = 6$  种不同的出行方案。这就是乘法原理的简单应用——把每一步的选择数乘起来。

### 计算法则

**判断是否“分步完成”：**仔细读题，看完成目标是否需要连续、有序的多个步骤。

**确定“步数”与“每步选择数”：**明确一共有几步，以及每一步分别有多少种不同的方法（选择）。

**步步相乘：**将每一步的选择数相乘，得到的积就是总共有多少种不同的方法。公式可以表示为：如果完成一件事有  $m$  步，第一步有  $a_1$  种方法，第二步有  $a_2$  种方法……第  $m$  步有  $a_m$  种方法，那么完成这件事共有  $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_m$  种不同的方法。

### 记忆口诀

**“要分步，先乘除；一步一数，步步相乘。”**

（口诀解读：遇到需要分步骤的问题，首先想到用乘法；每一步都算清楚有几个选择，然后把所有步骤的选择数量乘起来。）

## 知识关联

**二年级上册《表内乘法》：**乘法的本源意义就是“求几个相同加数的和的简便运算”。乘法原理可以看作是这个意义的延伸和推广，是“求几个不同‘步骤选择数’的积”。

**三年级上册《搭配问题》：**解决上衣和下装的搭配、食物和饮料的搭配等问题时，其实已经在不自觉地使用乘法原理的思想。

**加法原理：**与乘法原理是“好兄弟”。加法原理解决“分类”问题（各类方法互相独立，用哪一类都能单独完成目标）；乘法原理解决“分步”问题（每一步环环相扣，必须把所有步骤都完成才能达成目标）。区分“分类”和“分步”是关键。

## 易错点警示

### 错误1：分步与分类混淆

错误做法：小明有3件不同的T恤和2条不同的裤子。他随机穿一套衣服，有多少种穿法？错误列式： $3 + 2 = 5$ （种）。

正解：穿衣服需要两步：第一步选T恤（3种选择），第二步选裤子（2种选择）。两步都完成才算穿好一套。正确列式： $3 \times 2 = 6$ （种）。

### 错误2：忽略步骤间的相互影响

错误做法：用1, 2, 3, 4能组成多少个没有重复数字的两位数？错误列式：十位有4种选择，个位也有4种选择，所以是 $4 \times 4 = 16$ （个）。

正解：因为数字不能重复，十位选走一个数字后，个位只能在剩下的3个数字里选。正确分步：第一步选十位（4种选择），第二步选个位（3种选择）。正确列式： $4 \times 3 = 12$ （个）。

### 错误3：审题不清，误解题意

错误做法：从A地到B地有3条路，从B地到C地有2条路。问从A地经过B地到C地，再原路返回A地，有多少种不同的走法？错误列法： $3 \times 2 = 6$ （种）。

正解：“原路返回”意味着去和回是同一条路线。问题可以分解为：第一步，选择从A到C的路线（有 $3 \times 2 = 6$ 种）。第二步，原路返回（只有1种固定走法，就是沿着来时的路回去）。所以总走法是 $6 \times 1 = 6$ （种）。如果题目问“往返可以走不同的路”，那返回时就是全新的一步：从C到B有2种，从B到A有3种，总走法就是 $6 \times (2 \times 3) = 36$ （种）。审题是关键！

## 三例题精讲

🔥 **例题1：**小红的早餐搭配：饮料有牛奶、豆浆2种，主食有包子、油条、面包3种。如果饮料和主食各选一种，一共有多少种不同的早餐搭配方案？

❖ **第一步：**判断这是“分步”问题。搭配一顿早餐需要两步：先选饮料，再选主食。

❖ **第二步：**确定每步选择数。选饮料有2种方法，选主食有3种方法。

❖ **第三步：**步步相乘。总搭配数 =  $2 \times 3$ 。

✓ **答案：** $2 \times 3 = 6$  (种)

💬 **总结：**典型的“搭配”问题就是乘法原理的直接应用。分清“步”和“每步几种”，直接相乘。

🔥 **例题2：**用数字0, 5, 6, 9可以组成多少个没有重复数字的三位数？

❖ **第一步：**分步。组成三位数需要确定百位、十位、个位三个数字。

❖ **第二步：**确定每步选择数，注意限制条件（无重复数字，且0不能在百位）。

① 先确定百位：不能是0，所以只能在5, 6, 9中选，有3种方法。

② 再确定十位：从剩下的3个数字（包括0）中选，有3种方法。

③ 最后确定个位：从剩下的2个数字中选，有2种方法。

❖ **第三步：**步步相乘。总方法数 =  $3 \times 3 \times 2$ 。

✓ **答案：** $3 \times 3 \times 2 = 18$  (个)

💬 **总结：**解决数字组数问题时，要优先考虑有特殊限制的位置（如最高位不能是0），然后一步选下去，每一步的选择数会因为前面已选数字而减少。

🔥 **例题3：**如图，从小明家到学校要经过一个公园。从小明家到公园有东、西两条路，从公园到学校有南、北、中三条路。请问小明从家到学校上学，再从学校回家，但来回不想走完全相同的路线，一共有多少种不同的走法？

(此处可插入一个简单SVG：两个点标注“家”和“学校”，中间一个点标注“公园”，从家到公园画两条线，从公园到学校画三条线)

❖ **第一步：**理解题意。“来回路线不完全相同”意味着去和回的路线可以部分相同，但不能每一步都完全相同。

❖ **第二步：**先算总共有多少种不同的往返路线（允许完全相同）。这可以分为两大步：

① 选择上学路线： $2 \times 3 = 6$  (种)。

② 选择回家路线：同样有  $2 \times 3 = 6$  (种)。

所以，不考虑是否相同，往返路线有  $6 \times 6 = 36$  (种)。

❖ **第三步：**排除“来回完全相同”的情况。来回完全相同的路线，就是上学路线固定后，回家走同一条。上学路线有6种，那么回家路线就只有1种固定走法（原路返回）。所以来回完全相同的走法有6种。

❖ **第四步：**用总走法减去不符合要求的走法。 $36 - 6 = 30$ 。

✓ **答案：** $(2 \times 3) \times (2 \times 3) - (2 \times 3) = 36 - 6 = 30$  (种)

⌚ **总结：**复杂问题可以先用乘法原理算出所有可能情况，再用“排除法”去掉不符合条件的情况。

## 练习题（10道）

小华有4支不同颜色的彩笔和3本不同的图画本。他想选一支彩笔和一个本子画画，有多少种不同的选择？

食堂午餐有2种荤菜（鸡腿、排骨）和3种素菜（青菜、土豆、豆腐），一份套餐包含一种荤菜和一种素菜。共有多少种套餐搭配？

用数字1, 3, 5, 7可以组成多少个没有重复数字的两位数？

从甲地到乙地有2条路可走，从乙地到丙地有4条路可走。那么从甲地经过乙地到丙地，有多少种不同的走法？

书架上有3本不同的故事书和2本不同的科技书。小明要借1本故事书和1本科技书，有多少种不同的借法？

用数字0, 2, 4, 8能组成多少个没有重复数字的三位数？

小红有2条裙子、3件上衣和2顶帽子。她计划穿一条裙子、一件上衣并戴一顶帽子出门，有多少种穿搭组合？

一个密码锁的密码由两个数字组成，每个数字可以是0到9。这个密码锁有多少种可能的密码？

从A村到B村有3条路，从B村到C村有2条路，从C村到D村有1条路。从A村到D村有多少种不同的走法？

用数字卡片3, 5, 0, 9摆成一个四位数（首位不能是0），有多少种不同的摆法？

## 奥数挑战（10道）

如图，从A点出发到B点，只能向右或向上走。一共有多少种不同的路线？（可配网格图）

用红、黄、蓝三种颜色给地图上相邻的两个区域涂色，要求相邻区域颜色不同。共有多少种不同的涂色方法？

从1, 2, 3, 4, 5中选出3个不同的数字，组成一个三位数，其中十位上的数字比个位和百位上的数字都大，这样的三位数有多少个？

6个同学排成一排照相，其中甲、乙两人必须相邻，一共有多少种不同的排法？

一个正六边形的顶点和中心点共7个点，以这些点为顶点，可以画出多少个不同的三角形？

在所有的四位数中，数字“5”恰好出现一次的数有多少个？

有4个不同的小球，放入编号为1, 2, 3的三个盒子中（允许有空盒），有多少种不同的放法？

用0, 1, 2, 3, 4五个数字，能组成多少个比2000大的没有重复数字的四位数？

从5名男生和4名女生中选出3人参加比赛，要求至少有一名女生，有多少种不同的选法？

如图，一个  $2 \times 3$  的棋盘，用若干  $1 \times 2$  的骨牌不重叠地覆盖，有多少种不同的覆盖方法？

## 生活应用（5道）

**（高铁）** 一列“复兴号”高铁有8节车厢，其中1号车是商务座/一等座车厢，2-7号是二等座车厢，8号车是一等座/餐车车厢。小红要从这趟车的始发站坐到终点站，她可以选择购买商务座、一等座或二等座车票（假设每个座位级别在对应车厢都有票）。不考虑具体座位号，只考虑车厢和座位级别，她有多少种不同的购票选择方案？

**（航天）** 航天控制中心的指令代码由三部分组成：第一部分是1个字母（A-Z），第二部分是2个数字（0-9），第三部分是1个字母（A-Z）。例如“A12Z”。这样的指令代码最多可以设置多少个不同的？

**（AI）** 训练一个简单的图像识别AI，需要为它设定3个参数：第一个参数有4种算法可选，第二个参数有3种学习率可选，第三个参数有5种训练轮数可选。工程师想尝试所有不同的参数组合进行测试，一共需要训练多少个不同的AI模型？

**（环保）** 社区开展垃圾分类宣传活动，需要制作宣传海报。海报的标题可以从5个备选中选1个，主图可以从4张备选中选1张，宣传语可以从6条备选中选1条。负责设计的同学可以制作出多少种

内容不同的海报？

(网购) 小刚在网上看中了一款运动鞋，这款鞋有4种颜色，每种颜色有5个尺码(38-42)。他决定买一双，那么他有多少种“颜色+尺码”的组合可以选择？

---

参考答案与解析

### 【练习题答案】

$$4 \times 3 = 12 \text{ (种)}$$

$$2 \times 3 = 6 \text{ (种)}$$

组成两位数：十位有4种选择，个位有3种选择。 $4 \times 3 = 12 \text{ (个)}$

$$2 \times 4 = 8 \text{ (种)}$$

$$3 \times 2 = 6 \text{ (种)}$$

百位(不能是0)：3种选择；十位：3种选择；个位：2种选择。 $3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ (个)}$

$$2 \times 3 \times 2 = 12 \text{ (种)}$$

第一步(第一位数字)：10种(0-9)；第二步(第二位数字)：10种。 $10 \times 10 = 100 \text{ (种)}$

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (种)}$$

摆四位数：千位(不能是0)：3种选择；百位：3种选择；十位：2种选择；个位：1种选择。 $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18 \text{ (种)}$

### 【奥数挑战答案】

**答案：**6种。**解析：**从A到B需要向右走2格，向上走2格。可以将路线看作由4步组成，其中2步向右(R)，2步向上(U)。问题转化为在4个位置中选2个放R(剩下放U)，有 $C_4^2 = 6$ 种。也可用标数法。

**答案：**6种。**解析：**分步涂色。先涂区域A，有3种颜色可选。再涂与A相邻的区域B，由于不能与A同色，所以有2种颜色可选。因此， $3 \times 2 = 6$ 种。

**答案：**20个。**解析：**先不考虑位置，从5个数字中选3个，有 $C_5^3 = 10$ 种选法。对于每一种选出的三个数字，最大的那个必须放在十位上，剩下的两个数字可以任意放在百位和个位上，有2种放法。所以， $10 \times 2 = 20$ 个。

**答案：**240种。**解析：**将相邻的甲、乙“捆绑”看作一个整体，与其余4人共5个“元素”排列，有 $5! = 120$ 种排法。甲、乙两人内部可以交换位置，有2种排法。根据乘法原理， $120 \times 2 = 240$ 种。

**答案：**32个。**解析：**7个点任选3个构成三角形，总数为 $C_7^3 = 35$ 个。需要减去不能构成三角形的情况，即三点共线的情况：只有中心点与正六边形一条对角线两端点共线，这样的对角线有3条，所以有3种无效情况。 $35 - 3 = 32$ 个。

**答案：**2673个。**解析：**分类讨论“5”出现的位置。

“5”在千位：其余三位从0-9除5外的9个数字中选，可重复，有  $9 \times 9 \times 9 = 729$  个。

“5”在百位、十位、个位：以“5”在百位为例，千位不能为0，有8种选择（1-9，除5）；十位和个位各有9种选择（0-9，除5）。所以有  $8 \times 9 \times 9 = 648$  个。同理，“5”在十位或个位也各有648个。

总计： $729 + 648 \times 3 = 729 + 1944 = 2673$  个。

**答案：**81种。**解析：**每个小球都有3种放入盒子的选择（放入1号、2号或3号盒）。4个小球彼此独立。根据乘法原理，总方法数为  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$  种。

**答案：**72个。**解析：**比2000大的四位数，千位只能是2, 3, 4。

若千位是3或4：千位有2种选择。剩下三位从包括0在内的其余4个数字中选3个排列，有  $P_4^3 = 24$  种。此情况有  $2 \times 24 = 48$  个。

若千位是2：千位只有1种选择。剩下三位从0,1,3,4中选3个排列。注意百位不能为0，否则数会小于2000？仔细想，千位是2，只要百、十、个位任意组合，这个数都大于2000（因为千位已经是2，是四位数）。所以只需从剩下4个数字（0,1,3,4）中选3个排列即可，有  $P_4^3 = 24$  个。

总计： $48 + 24 = 72$  个。

**答案：**80种。**解析：**用“反面排除法”。从9人中任选3人，有  $C_9^3 = 84$  种。其中，没有女生的选法（即全选男生）有  $C_5^3 = 10$  种。所以至少有一名女生的选法有  $84 - 10 = 74$  种。等等，我算一下： $C_9^3 = 84$ ,  $C_5^3 = 10$ ,  $84 - 10 = 74$ 。（复核正确）

**答案：**3种。**解析：**这是一个经典的递推问题。设  $2 \times n$  棋盘的覆盖方法数为  $F(n)$ 。易知  $F(1) = 1$ ,  $F(2) = 2$ （两个骨牌横放或竖放）。对于  $2 \times 3$  棋盘：如果第一列竖放一个骨牌，剩下是  $2 \times 2$  棋盘，有  $F(2) = 2$  种覆盖；如果前两列横放两个骨牌（必须上下叠放，占据前两列），剩下是  $2 \times 1$  棋盘，有  $F(1) = 1$  种覆盖。所以  $F(3) = F(2) + F(1) = 2 + 1 = 3$  种。

## 【生活应用答案】

**答案：**4种。**解析：**分步选择。第一步选择座位级别：商务座、一等座、二等座。第二步根据级别选择对应车厢。

若选商务座：只有1号车一种选择。共1种方案。

若选一等座：可在1号车或8号车中选择。共2种方案。

若选二等座：可在2-7号车中选择。共6种方案。

但题目问的是“购票选择方案”，是不同步骤的组合。所以总方案数是  $1 + 2 + 6 = 9$  种。等等，这里出现了加法，因为选择不同的座位级别后，下一步的选择是不同的集合，这是典型的“分类加法原理”情景。所以总数为9种。我起初理解成分步相乘了，这里需要纠正。题干描述隐含了“根据级别选车厢”这一步的选择数依赖于第一步的选择，因此是分类问题。

**答案：** $26 \times 10 \times 10 \times 26 = 67600$  个。**解析：**分步确定代码的每一位。第一部分字母：26种选择；第二部分第一个数字：10种；第二部分第二个数字：10种；第三部分字母：26种。步步相

乘。

**答案：** $4 \times 3 \times 5 = 60$  个。**解析：**三个参数的选择相互独立，分步确定每个参数。

**答案：** $5 \times 4 \times 6 = 120$  种。**解析：**分步选择标题、主图、宣传语。

**答案：** $4 \times 5 = 20$  种。**解析：**分步选择颜色和尺码。

更多精彩内容请访问 **星火网** [www.xinghuo.tv](http://www.xinghuo.tv)

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

## 更多练习题

奥数-计数-加法原理

12-18

树形图枚举法详解(含奥数练习题)

12-18

字典序枚举法详解(含奥数计数练习题)

12-18

二进制转换详解与练习题(奥数数论专题)

12-18

完全平方数尾数特征详解(含奥数练习题)

12-18

位值原理详解与奥数练习题(含PDF下载)

12-18