

奥数-行程-相遇基础

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

💡 阿星精讲：相遇问题：基本公式 原理

核心概念：哈喽！我是阿星。想象一下，你和你的好朋友约好，分别从公园的两头，**面对面走**。你们俩都在努力靠近对方，对吧？那么你们俩一起努力缩短这段距离的“合体速度”，就是你们各自速度加起来的总和。这就是我演示的：**每分钟距离缩短的速度 = 速度和**。原来总共有那么长的路要走（总路程），现在你们俩“合体”一起走（用速度和），那相遇所需要的时间，自然就是用总路程除以这个“合体速度”啦！所以，**相遇时间 = 路程 ÷ 速度和**。就像两个人一起吃一块大蛋糕，吃得越快（速度和），吃完的时间（相遇时间）就越短！

计算秘籍：

找主角：确定两个运动物体（人或车），以及他们开始的路程 S 。

标速度：明确他们各自的速度，假设为 v_1 和 v_2 。

算合力：计算他们的速度和 $v_{\text{和}} = v_1 + v_2$ 。

求时间：用总路程除以速度和，得到相遇时间 t ，公式为 $t = \frac{S}{v_1 + v_2}$ 。

阿星口诀：面对面走，速度相加；路除以它，相遇时间到！



⚠ 易错警示：避坑指南

✗ 错误1：把两个速度分开算时间。→ ✓ 正解：记住你们是同时、面对面在缩短距离，所以必须把速度加起来，作为一个整体的效率来计算。单独算没有意义。

✗ 错误2：单位不统一就计算。→ ✓ 正解：路程用米，速度就要用米/秒；路程用千米，速度就要用千米/时。计算前务必统一单位，否则答案会错得离谱！

🔥 例题精讲

例题1：小明和小红分别从相距 360 米的两端面对面走来。小明每分钟走 40 米，小红每分钟走 50 米。他们多久后相遇？

❖ 解析：

找路程：总路程 $S = 360$ 米。

找速度：小明速度 $v_1 = 40$ 米/分，小红速度 $v_2 = 50$ 米/分。

算合力：速度和 $v_{\text{和}} = v_1 + v_2 = 40 + 50 = 90$ (米/分)。

求时间：相遇时间 $t = \frac{S}{v_{\text{和}}} = \frac{360}{90} = 4$ (分钟)。

✓ 总结：直接套用核心公式，注意单位已统一（米和分钟）。

例题2：甲、乙两车从相距 270 千米的两城相对开出。甲车速度是 60 千米/时，乙车速度是甲车的 $\frac{3}{4}$ 。几小时后两车相遇？

❖ 解析：

找路程：总路程 $S = 270$ 千米。

找速度：甲车速度 $v_{\text{甲}} = 60$ 千米/时。乙车速度 $v_{\text{乙}} = 60 \times \frac{3}{4} = 45$ (千米/时)。

算合力：速度和 $v_{\text{和}} = 60 + 45 = 105$ (千米/时)。

求时间：相遇时间 $t = \frac{S}{v_{\text{和}}} = \frac{270}{105} = \frac{18}{7}$ 或约 $2\frac{4}{7}$ (小时)。

✓ 总结：第一步往往需要根据题意先求出隐藏的速度，再进行相遇计算。

例题3（进阶）：阿星和博士从实验室两端同时出发，相向而行。已知阿星速度是 1.2 米/秒，博士速度是 0.8 米/秒。他们 10 秒后相遇。请问实验室长廊有多长？

❖ 解析：

此题是已知相遇时间和速度，反求总路程。

算合力：速度和 $v_{\text{和}} = 1.2 + 0.8 = 2.0$ (米/秒)。

根据公式 $t = \frac{S}{v_{\text{和}}}$, 变形得 $S = v_{\text{和}} \times t$ 。

求路程：长廊长度 $S = 2.0 \times 10 = 20$ (米)。

总结：公式 $S = v_{\text{和}} \times t$ 是基本公式的变形，同样重要！它揭示了总路程等于“合体速度”在相遇时间内完成的工作量。

阶梯训练

第一关：基础热身（10道）

小A和小B相距 200 米，面对面行走。小A速度 3 米/秒，小B速度 2 米/秒。几秒后相遇？

两辆自行车从相距 15 千米的地方相对骑出，速度分别是 12 千米/时和 18 千米/时。多久相遇？

甲、乙两人从桥两头相向而行，桥长 300 米。甲每分钟走 70 米，乙每分钟走 80 米。几分钟后两人在桥上相遇？

已知两地相距 120 千米，两辆汽车相对开出，速度分别为 45 千米/时和 35 千米/时。求相遇时间。

蚂蚁小黑和小黄从一根 1.5 米长的树枝两端同时相向爬行，小黑每秒爬 2 厘米，小黄每秒爬 3 厘米。多少秒后它们会面？

两列火车从相距 600 公里的车站相对开出，快车速度 100 公里/时，慢车速度是快车的 0.8 倍。几小时后相遇？

我以 4 千米/时的速度，朋友以 5 千米/时的速度，从相距 2.7 千米的两地同时出发相向而行。我们多久能见面？

一个环形跑道长 400 米，小明和小红从同一点反向（面对面）跑步出发。小明每秒跑 5 米，小红每秒跑 3 米。他们第一次相遇在出发后多少秒？

两艘船从河两岸同时相对划出，河宽 480 米。甲船速度 50 米/分，乙船速度 30 米/分。几分钟后相遇？

已知相遇时间为 5 小时，两车速度和为 110 千米/时。求两地之间的距离。

二、奥数挑战

甲、乙从AB两地相向而行，甲速度每小时比乙快 6 千米。他们 3 小时后在距中点 9 千米处相遇。求AB两地距离。

两列火车长分别为 150 米和 200 米，相向而行。快车上的乘客看见慢车驶过窗口的时间是 5 秒。已知快车速度是慢车的 2 倍，求两车速度。

甲、乙两人在周长为 400 米的环形跑道上，从同一地点同时反向出发。甲速度是乙的 $\frac{4}{3}$ 倍。当两人第 5 次相遇时，乙跑了多少米？

A、B 两地相距 90 千米。甲从A地，乙从B地同时出发，相向而行。相遇后甲继续向B地前进，4 小时后到达；乙继续向A地前进，9 小时后到达。求甲、乙各自的速度。

甲、乙、丙三人，甲每分钟走 80 米，乙每分钟走 70 米，丙每分钟走 60 米。甲从A地，乙、丙从B地同时出发相向而行。甲和乙相遇后，过 15 分钟又和丙相遇。求A、B 两地距离。

第三关：生活应用（5道）

(AI数据传输) 两个分布式AI节点需要同步一个模型。节点A以 50 MB/秒的速度发送数据包，节点B以 30 MB/秒的速度接收并处理。它们之间网络通道的“数据距离”相当于 800 MB。若它们同时开始传输和处理，多久后数据“相遇”(即传输完成)？

(双机协作) 无人机A和无人机B从基地两端同时起飞，沿一条直线航线相向巡检。A的平均速度是 15 米/秒，B的平均速度是 12 米/秒。航线总长 10.8 千米。它们相遇后，会交换数据然后各自返航。问从起飞到相遇，经过了多长时间？

(网购物流) 你的快递从上海仓发出，物流车速度 80 千米/时。同时，你从杭州的家出发，开车以 100 千米/时的速度去“迎接”快递车。上海仓到你家距离 180 千米。假设道路为直线，你们多久后会相遇？

(算法优化) 一个大型排序任务被拆分成两部分，由两个核心同时处理。核心A处理速度为 10^4 个数据/毫秒，核心B为 0.6×10^4 个数据/毫秒。总共有 8×10^7 个数据。如果它们“相向处理”(从数据队列的两头开始)，多久能完成？

(太空交会) 在一条预设轨道上，飞船甲从空间站出发，以 7.5 公里/秒的速度前往火星。12 小时后，地面指挥中心发现一个重要部件遗忘，立即发射一艘更快的飞船乙以 10 公里/秒的速度追赶上“相遇”(传递部件)。假设轨道笔直，从乙发射到追上甲，需要多少小时？(此题实为追及，但考验对速度合成的理解)

💡 专家问答：相遇问题：基本公式 的深度思考

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：难点往往不在于公式本身 $t = \frac{S}{v_1+v_2}$ ，而在于**识别和应用场景**。学生容易把“面对面”的相遇问题和“同向”的追及问题混淆。关键是理解“面对面时，距离缩短的效率是两人效率之和”这一物理图景。如果题目背景复杂（如环形、多次相遇、速度变化），这个基本图景被掩盖，就会觉得难。建议始终从“速度和”这个最朴素的视角切入分析。

问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？

答：帮助巨大！这是**运动学模型**的基石。

代数思维：它训练你从问题中抽象出 S, v, t 三个量，并建立它们的关系式 $S = v \times t$ 。这是函数和方程思想的启蒙。

物理基础：速度的合成与分解、相对运动的概念在此初次体现。例如，以其中一人为参照物，另一人的相对速度就是 $v_1 + v_2$ 。

进阶桥梁：它是解决追及问题、流水行船问题、多次相遇问题、工程合作问题（将路程视为工作总量）的思维原型。掌握了“合作效率”，就能理解 $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{T}$ 这类公式。

问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？

答：有！面对任何涉及“两个物体”、“同时”、“相向而行”的题目，请立刻执行以下三步：

画草图：用一条线段表示总路程 S ，标出两个起点和方向。

列公式：立刻写下核心公式 $t = \frac{S}{v_1+v_2}$ 或其变形 $S = (v_1 + v_2) \times t$ 。

代数字：将题目中给出的数字或字母，对应到公式中的 S, v_1, v_2, t 上。缺哪个就求哪个。

这个“套路”能解决80%的基础相遇问题。剩下20%的难题，往往是需要你先利用其他条件求出 v_1, v_2 或 S 中的某一个，然后再套用这个套路。

参考答案与解析

第一关：基础热身

$$t = \frac{200}{3+2} = 40 \text{ 秒。}$$

$$t = \frac{15}{12+18} = 0.5 \text{ 小时。}$$

$$t = \frac{300}{70+80} = 2 \text{ 分钟。}$$

$$t = \frac{120}{45+35} = 1.5 \text{ 小时。}$$

统一单位：1.5 米 = 150 厘米。 $t = \frac{150}{2+3} = 30 \text{ 秒。}$

慢车速度： $100 \times 0.8 = 80 \text{ 公里/时。 } t = \frac{600}{100+80} = \frac{10}{3} \text{ 小时。}$

$$t = \frac{2.7}{4+5} = 0.3 \text{ 小时} = 18 \text{ 分钟。}$$

在环形跑道上反向出发相遇，相当于合作跑完一圈。 $t = \frac{400}{5+3} = 50 \text{ 秒。}$

$$t = \frac{480}{50+30} = 6 \text{ 分钟。}$$

$$S = 110 \times 5 = 550 \text{ 千米。}$$

二、奥数挑战

解析：“距中点 9 千米处相遇”且甲快，说明甲比乙多走了 $9 \times 2 = 18$ 千米。速度差 6 千米/时，所以时间 $t = 18/6 = 3$ 小时（与相遇时间吻合）。速度和 $v_{\text{和}} = S/3$ 。又因甲速 = 乙速 + 6，故 $v_{\text{和}} = (\text{乙速} + 6) + \text{乙速} = 2 \times \text{乙速} + 6$ 。需结合方程求解，最终得 $S = 108$ 千米。

解析：“看见慢车驶过”意味着以快车为参照物，慢车的相对速度是 $v_{\text{快}} + v_{\text{慢}}$ ，相对路程是慢车长度 200 米。有 $200 = (v_{\text{快}} + v_{\text{慢}}) \times 5$ 。又 $v_{\text{快}} = 2v_{\text{慢}}$ 。代入解得 $v_{\text{慢}} = \frac{40}{3}$ 米/秒， $v_{\text{快}} = \frac{80}{3}$ 米/秒。

解析：反向出发，每次相遇共跑一圈（400 米）。第 5 次相遇共跑 $5 \times 400 = 2000$ 米。甲速:乙速 = 4 : 3，所以乙跑了总路程的 $\frac{3}{7}$ 。乙跑的距离为 $2000 \times \frac{3}{7} = \frac{6000}{7}$ 米。

解析：设相遇时间为 t 小时。相遇时，甲走了 $v_{\text{甲}}t$ 千米，乙走了 $v_{\text{乙}}t$ 千米。相遇后，甲剩下的 $v_{\text{乙}}t$ 千米用了 4 小时，所以 $v_{\text{甲}} = v_{\text{乙}}t/4$ 。同理，乙剩下的 $v_{\text{甲}}t$ 千米用了 9 小时，所以 $v_{\text{乙}} = v_{\text{甲}}t/9$ 。联立方程，可解出 $t = 6$ 小时，进而求得 $v_{\text{甲}} = 15$ 千米/时， $v_{\text{乙}} = 10$ 千米/时。

解析：设甲乙相遇用时 t 分钟。AB 距离 $S = (80 + 70)t = 150t$ 。甲丙相遇用时 $(t + 15)$ 分钟，且 $S = (80 + 60)(t + 15) = 140(t + 15)$ 。方程 $150t = 140(t + 15)$ ，解得 $t = 210$ 。故 $S = 150 \times 210 = 31500$ 米 = 31.5 千米。

第三关：生活应用

本质是相遇问题。“数据距离” $S = 800 \text{ MB}$ ，“速度和” $v_{\text{和}} = 50 + 30 = 80 \text{ MB/秒}$ （发送和处理同时进行，共同完成工作）。 $t = \frac{800}{80} = 10 \text{ 秒。}$

统一单位：10.8 千米 = 10800 米。 $t = \frac{10800}{15+12} = 400 \text{ 秒。}$

$$t = \frac{180}{80+100} = 1 \text{ 小时。}$$

总“数据路程” $S = 8 \times 10^7$ 个。“处理速度和” $v_{\text{和}} = (1 + 0.6) \times 10^4 = 1.6 \times 10^4$ 个/毫秒。

$$t = \frac{8 \times 10^7}{1.6 \times 10^4} = 5 \times 10^3 \text{ 毫秒} = 5 \text{ 秒。}$$

注意：此为追及问题。 甲先走 12 小时，领先路程 $S_0 = 7.5 \times 12 \times 3600$ 公里（单位需统一）。

乙相对甲的速度差 $v_{\text{差}} = 10 - 7.5 = 2.5$ 公里/秒。追及时间 $t = \frac{S_0}{v_{\text{差}}}$ 。计算时注意时间单位换算。最终答案约为 10.8 小时。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-几何-正方体染色

12-19

小学_分数巧算：裂项相消进阶

分数巧算：裂项相消(进阶)

12-19

奥数-几何-立体切分表面积

12-19

奥数-几何-三视图还原

12-19

奥数-几何-圆中方面积

12-19

奥数-几何-方中圆面积

12-19