

奥数-行程-狗追兔步长换算

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

阿星精讲：追及问题：狗追兔 原理

核心概念：想象一下，狗和兔子在森林里赛跑。兔子抱怨：“我腿短但我捣腾得快（步频高）！”狗不服：“我步子大，一步顶你两步（步长大）！”他俩吵得不可开交，都说自己更快。这时，聪明的阿星站出来说：“别吵啦！比较快慢，不能只看步子迈得快慢，也不能只看一步跨多远。我们要看最终的速度，也就是单位时间里能跑多远。”我们把“狗跑3步的时间，兔子能跑4步”看作是他们的**步频关系**。再把“狗2步的距离等于兔5步的距离”看作是他们的**步长关系**。把这两把“钥匙”——步频和步长——结合在一起，就能打开“速度之门”，算出他们的速度比，这才是决定谁能追上谁的关键！

计算秘籍：

统一标准：假设狗的一步长为 L_d ，兔的一步长为 L_r 。根据“狗2步的距离 = 兔5步的距离”，有 $2L_d = 5L_r$ 。我们可以设一份“标准距离”：令 $L_d = 5$ 份， $L_r = 2$ 份。（设份数是为了避免分数，更直观）

计算单步时间：根据“狗跑3步的时间，兔子能跑4步”，设这个共同时间为 T 。那么，狗跑一步的时间是 $T_d = \frac{T}{3}$ ，兔跑一步的时间是 $T_r = \frac{T}{4}$ 。

合成速度：速度 = 步长 × 步频（单位时间内的步数）。所以：

$$\text{狗的速度: } v_d = \frac{L_d}{T_d} = \frac{5}{\frac{T}{3}} = \frac{15}{T} \text{ (份/单位时间)}$$

$$\text{兔的速度: } v_r = \frac{L_r}{T_r} = \frac{2}{\frac{T}{4}} = \frac{8}{T} \text{ (份/单位时间)}$$

得到速度比：所以，狗与兔的速度比为 $v_d : v_r = \frac{15}{T} : \frac{8}{T} = 15 : 8$ 。狗比兔子快！

阿星口诀：狗追兔子别发懵，步子时间各不同。先设一份统步长，再找时间算轻松。步长时间来相除，速度比值自然出。知道快慢追及易，套用公式解迷踪。



⚠ 易错警示：避坑指南

- ✗ 错误1：直接用“狗3步”和“兔4步”的时间相等，认为速度比就是步数比 $3 : 4$ 。
- ✓ 正解：忽略了“步长”不同。速度由“步长”和“步频”共同决定，必须将两者统一换算成“单位时间内的路程”才能比较。正解是求 $v_d : v_r = (L_d \times 3) : (L_r \times 4)$ ，其中 L_d 和 L_r 需要通过“步子距离关系”联系起来。
- ✗ 错误2：在设“一份”标准距离时，混淆狗和兔的步长关系。例如，已知“狗2步距=兔5步距”，错误地设狗步长为2份，兔步长为5份。
- ✓ 正解：关系式 $2L_d = 5L_r$ 意味着狗的一步更长。设一份量为 k ，则应令 $L_d = 5k$, $L_r = 2k$ 。这样才满足 $2 \times (5k) = 5 \times (2k) = 10k$ ，符合题意。

🔥 例题精讲

例题1：狗发现前方 70 米处有一只兔子，立刻去追。已知狗跑 3 步的时间兔子能跑 4 步，狗跑 2 步的距离等于兔子跑 5 步的距离。问狗跑多少米才能追上兔子？

❖ 解析：

求速度比：设狗一步 5 份，兔一步 2 份。设狗跑 3 步（也是兔跑 4 步）的时间为 1 个单位时间。

狗的速度： $v_d = 5 \times 3 = 15$ (份/单位时间)

兔的速度： $v_r = 2 \times 4 = 8$ (份/单位时间)

速度比 $v_d : v_r = 15 : 8$ 。

应用追及公式：追及时间 $t = \frac{\text{初始距离} S}{\text{速度差} \Delta v}$ 。在相同时间 t 内，狗跑的路程 S_d 与兔跑的路程 S_r 之比等于速度比，即 $S_d : S_r = 15 : 8$ 。路程差 $S_d - S_r = 70$ 米。

计算：每一份路程差为 $70 \div (15 - 8) = 10$ 米。因此狗跑的路程 $S_d = 15 \times 10 = 150$ 米。

✓ **总结：**核心永远是“速度比”。得到速度比后，追及问题就转化为比例分配问题。

例题2：狗追兔子，狗跳3次的时间兔子跳5次。狗跳2次的距离等于兔子跳3次的距离。兔子在狗前方10米处，狗追上兔子用了1分钟。问兔子每分钟跳多少米？

♂ 解析：

求速度比：设狗一跳3份，兔一跳2份（因为 $2 \times 3 = 3 \times 2$ 份）。设共同时间为 T 。

$$\text{狗速: } v_d = \frac{3 \times 3}{T} = \frac{9}{T} \text{ (份/单位时间)}$$

$$\text{兔速: } v_r = \frac{2 \times 5}{T} = \frac{10}{T} \text{ (份/单位时间)}$$

速度比 $v_d : v_r = 9 : 10$ 。咦？**兔子更快？**仔细看题，是“狗跳3次的时间兔子跳5次”，兔子步频更高；“狗跳2次距离=兔跳3次距离”，狗步长更大。综合算下来，兔子居然更快！这说明狗永远追不上兔子。但题目说“追上用了1分钟”，这矛盾吗？

重新审题：注意“兔子在狗前方10米处”，但没说兔子往前跑！如果兔子原地不动（速度为0），狗也能“追上”。但题目问“兔子每分钟跳多少米”，说明兔子在跑。那么唯一的可能是，我们理解错了“距离关系”。“狗跳2次的距离等于兔子跳3次的距离”，意味着狗的步长 > 兔的步长，所以速度比应为9:10，狗速小于兔速，狗不可能追上运动的兔子。因此，原题数据可能旨在让狗更快。我们按正确逻辑推导：若狗能追上，则狗速应大于兔速。假设我们将条件理解为“兔子跳3次的距离等于狗跳2次的距离”，则设狗跳一次3份，兔跳一次2份，则速度比为9:10（狗慢）。这不对。我们尝试另一种设法：由 $2L_d = 3L_r$ ，设 $L_d = 3, L_r = 2$ 。则狗速 $= 3 \times 3 = 9$ ，兔速 $= 2 \times 5 = 10$ 。确实狗慢。所以本题数据可能为典型错题或印刷有误。为完成讲解，我们**假定速度比算出来狗快**，例如 $v_d : v_r = 5 : 4$ 。

(在假设下) 求解：设速度比 $v_d : v_r = 5 : 4$ 。追及时间 $t = 1$ 分钟，路程差 $S_d - S_r = 10$ 米。因 $S_d = 5k, S_r = 4k$ ，则 $5k - 4k = 10, k = 10$ 。故兔子的路程 $S_r = 4 \times 10 = 40$ 米。兔子速度 $v_r = 40 \div 1 = 40$ 米/分钟。

✓ **总结：**解题时要时刻检查结果的合理性（狗速必须大于兔速才能追上）。若计算出兔更快，需回头检查对题意的理解和设的份数。

例题3：狗追前方120米的兔。兔每秒跑7米，狗要追30秒才能追上。已知狗跑4步的时间兔跑7步，狗跑3步的距离兔要跑8步。问狗平均每秒跑多少步？

♂ 解析：

求狗的实际速度：追及问题：路程差120米，时间30秒。速度差 $\Delta v = 120 \div 30 = 4$ 米/秒。兔速 $v_r = 7$ 米/秒，故狗速 $v_d = v_r + \Delta v = 7 + 4 = 11$ 米/秒。

求狗的步长：根据步子关系求速度比（份数比）。设狗步长8份，兔步长3份（因 $3 \times 8 = 8 \times 3$ 份）。设共同时间为 T 。

狗速(份): $V_d = 8 \times 4 = 32$ 份/ T

兔速(份): $V_r = 3 \times 7 = 21$ 份/ T

速度比 $V_d : V_r = 32 : 21$ 。

这个比值是抽象的“份数/单位时间”之比，但它等于实际速度之比，即 $v_d : v_r = 32 : 21$ 。

求狗的实际步长: 已知 $v_d = 11$ 米/秒，且 $v_d : v_r = 32 : 21$ ，所以 $v_r = 11 \times \frac{21}{32} = \frac{231}{32}$ 米/秒。

这与已知兔速 7 米/秒不一致吗？不，因为我们还没把“份”对应到实际米数。设每份长度为 x 米，则：

狗的实际速度: $v_d = (32 \text{ 份})/T = 32x/T = 11 \dots (1)$

兔的实际速度: $v_r = (21 \text{ 份})/T = 21x/T = 7 \dots (2)$

由(2)式得: $x/T = 7/21 = 1/3$ 。代入(1)式: $32 \times (1/3) = 32/3 \approx 10.67$ ，与 11 有微小误差（计算中保留分数可精确）。这说明数据略有凑整。我们以 (2) 式为准: $21x/T = 7 \Rightarrow x/T = 1/3$ 。这意味着每单位时间 T 内，每份长度对应 $1/3$ 米。

求狗每秒步数: 狗的速度是 11 米/秒。狗的步长 $L_d = 8x = 8 \times (x)$ 。由 $x/T = 1/3$ 得 $x = T/3$ 。我们需要知道 T 是多少秒。从“狗跑4步的时间兔跑7步”可知，这个共同时间 T 内，狗跑了4步。所以狗的步频是 4 步/ T 时间。问题来了： T 是几秒？我们利用兔的速度来求：兔在时间 T 内跑 $21x$ 米，兔速 7米/秒，所以时间 $T = \frac{21x}{7} = 3x$ 秒。又因为 $x = T/3$ ，代入得 $T = 3 \times (T/3) = T$ ，这是恒等式，无法求出具体值。这提示我们，题目给的“狗速11米/秒”和“兔速7米/秒”与“步子关系”是自洽的，但需要一个条件来锚定现实。实际上，由 $v_d : v_r = 32 : 21$ 和 $v_r = 7$ ，可精确得 $v_d = 32/21 \times 7 = 32/3 \approx 10.67$ 米/秒。题目给的 11 是近似。我们按精确值算： $v_d = 32/3$ 米/秒。狗的步长 $L_d = 8x$ 。由 $21x/T = 7$ 得 $T = 3x$ 。狗的步频（步数/秒）= 4步/ T = $4/(3x)$ 步/秒。狗速 = 步长 × 步频 = $(8x) \times [4/(3x)] = 32/3$ 米/秒，验证无误。现在求“狗每秒跑多少步”，即步频 = $4/(3x)$ 。还需要求 x 。由兔速: $7 = 21x/T = 21x/(3x) = 7$ ，再次恒等。我们发现，只要比例对， x 和 T 可以同比例变化，不影响速度值，但影响绝对步频。这说明原题缺少一个确定绝对步长或单步时间的条件（例如：狗一步几米）。因此，在给定条件下，狗的绝对步频无法求出具体数值。这是一个重要的启发：速度比可求，但具体的步频或步长需要额外条件来确定。

✓ 总结: 本题融合了追及、比例和单位换算。关键点在于：①利用追及条件求出实际速度差和狗速。②利用步子关系求出速度比（份数比），这个比等于实际速度比。③要区分“份数速度”和“实际速度”，它们通过一个比例系数（每份多少米）关联。④当题目要求具体的物理量（如每秒步数）时，需要检查条件是否足够确定所有单位。

阶梯训练

第一关：基础热身（10道）

狗追兔，狗跑5步的时间兔跑8步，狗跑4步的距离兔要跑9步。请问狗和兔的速度比是多少？

狗与兔的速度比是 $13 : 9$ ，初始相距 80 米。狗追上兔时，狗跑了多少米？

根据“狗3步时兔5步，狗7步距等于兔10步距”，求速度比。

兔在狗前 60 米，速度比狗:兔=6:5。几秒后狗追上兔？（需补充一个速度，如狗速6米/秒）

狗步长 1.2 米，兔步长 0.8 米。狗跑2步的时间兔跑3步。求速度比。

狗追兔，150 米后追上。已知狗兔速度比 $5 : 3$ ，求初始距离。

将“狗4步时兔7步，狗2步距=兔3步距”转化为速度比。

若狗速是兔速的 2 倍，初始距离 100 米，求追及时间。（需补充兔速）

狗兔速度比 $11 : 8$ ，狗追上兔时，兔跑了 240 米，问狗跑了多少米？

验证：根据速度比公式，若“狗a步时兔b步，狗c步距=兔d步距”，则速度比 = $(d \times a) : (c \times b)$ 。对不对？

二、奥数挑战

（迎春杯真题改编）狗追兔，狗每跑 5 步兔跑 9 步，狗每跑 2 步的距离兔跑 3 步。兔在狗前 10 米，狗追 30 米后还与兔相距 5 米。求兔再跑多少米被追上？

狗兔进行往返跑比赛。赛道长 200 米。速度比 $5 : 4$ 。两人同时从起点出发，到达终点后立即返回。求第二次迎面相遇时，离起点多远？

（华罗庚杯）狗追兔，狗跳 3 次兔跳 4 次，狗跳 2 次距离兔跳 3 次。兔先跳 10 次后狗才开始追。问狗跳多少次后追上兔？

狗、兔、龟在同一直线。兔在狗后 30 米，龟在兔后 20 米。狗兔速度比 $5 : 3$ ，兔龟速度比 $4 : 1$ 。狗同时追上兔和龟吗？如果不能，分别求出追上时间。

狗追兔，若狗步长增加 20%，步频减少 20%，兔步长减少 10%，步频增加 10%。新的速度比是多少？原来狗速快，现在呢？

环形跑道长 300 米，狗兔同向出发。狗速比兔速快 25%（即速度比 5 : 4）。求狗第一次追上兔时，兔跑了多少圈？

已知“狗 m 步时兔 n 步，狗 p 步距=兔 q 步距”。推导狗追上初始距离为 S 的兔时，狗的总步数表达式（用 m, n, p, q, S 及狗步长表示）。

狗发现兔时，兔正以恒定速度钻进一个山洞（视为一点）。狗速是兔速的 1.5 倍。兔距山洞 40 米，狗距兔 30 米。问兔能否安全进洞？

狗追兔，追了 T 时间后，狗因疲劳速度降为原来的 80%，兔速度不变。最终狗在总共 $2T$ 时间后追上兔。求初始狗速与兔速之比。

（复杂条件）狗跑 a 步时兔跑 b 步，狗跑 c 步的距离兔跑 d 步。兔在狗前 K 个“狗步”的距离。问狗跑多少步追上兔？

第三关：生活应用（5道）

（AI训练）两个AI模型同时开始训练一个数据集。模型A处理 3 个批次的时间，模型B能处理 5 个批次。但A每个批次处理的样本数是B的 2 倍。初始时，A模型有 1000 个样本的“领先优势”。当B模型总共处理了 5000 个样本时，A模型处理了多少样本？谁更多？

（航天交会）空间站（兔）在距补给飞船（狗）120 公里的轨道上前行。飞船准备对接，需要追上空间站。已知飞船发动机每工作 3 秒可提供一次推力，每次推力增加 4 公里/小时的速度增量；空间站发动机每 5 秒工作一次，每次增加 2 公里/小时的速度增量（均视为瞬时加速，速度可叠加）。初始速度：空间站 7.6 公里/秒，飞船 7.5 公里/秒。忽略其他因素，飞船需要工作多少次发动机才能追上空间站？（提示：将“步频”看作发动机工作间隔，“步长”看作每次获得的速度增量，但追及问题本质是路程差。）

（网购秒杀）甲、乙两人抢购限量商品。甲的网络延迟低，每点击 3 次的时间乙只能点击 2 次。但乙使用了连点器，每次点击可发送 5 个请求包，甲每次点击只发送 3 个请求包。商品库存为 1 。假设谁先发送完第 N 个请求包谁抢到。若两人同时开始点击，谁更可能抢到？请求包总数达到多少时，乙一定能先于甲达到？（提示：将点击速度换算成“请求包/秒”的速度。）

（交通流）快车道上一辆卡车（兔）以恒定速度行驶，慢车道上一辆轿车（狗）准备超车。已知轿车加速时，每 4 秒速度增加 10 km/h（可叠加），卡车每 6 秒速度增加 5 km/h（可叠加）。初始时，卡车在前，车头距轿车车头 20 米，车速均为 90 km/h。超车需轿车车头领先卡车车头至少 30 米才算安全完成。问：轿车需要至少加速几次才能安全完成超车？（提示：将加速过程离散化建模为“步”，注意单位统一为米和秒， $1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$ ）

(算法竞赛) 算法A和算法B解决同一问题。算法A的时间复杂度为 $O(n)$ ，但常数大，每处理一个元素需 3 个时钟周期。算法B的时间复杂度为 $O(n \log n)$ ，但常数小，每处理一个元素需 1 个时钟周期（这里简化为与n有关）。对于数据规模 n ，算法A总用时 $T_A = 3n$ ，算法B总用时 $T_B = n \log_2 n$ 。现有两个程序同时开始运行，算法A的程序已经提前处理了 k 个元素。求当 n 足够大时，算法B的程序能否在总处理元素数上超过A？这个“赶超点” n 满足什么方程？（提示：将“处理元素”视为路程，将“时间复杂度函数”视为速度随规模变化的关系，这是一个变速度追及问题。）

常见疑问 FAQ

专家问答：追及问题：狗追兔 的深度思考

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：因为这类问题引入了两个层面的抽象，构成了一个“双重比例”问题。第一层是“时间比例”（步频），第二层是“空间比例”（步长）。学生容易孤立地看其中一个条件，而忘记必须将它们相乘才能得到核心的速度比。另一个难点在于“步”不是一个标准单位，需要通过比例关系进行标准化（即“设份数”），这需要较强的抽象思维和比例思想。许多学生卡在不知道如何把“狗跑3步兔跑4步”和“狗2步距等于兔5步距”这两个条件有机结合起来。

问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？

答：这是培养比例思维和建模能力的绝佳范例。在物理学中，速度、密度、压强等复合概念都是由两个基本量之比定义的。在更高级的数学和工程学中，将复杂系统分解为几个基本量的乘积或比值，是一种核心的建模方法。例如，经济学中的GDP = 劳动生产率 × 劳动人口，形式上和速度 = 步长 × 步频如出一辙。同时，通过“设份数”来统一不标准的单位，是解决比例问题以及将来学习相似形、三角函数中的比例关系的重要思想铺垫。它训练你将定性描述（“谁步子大”、“谁跑得快”）转化为定量计算（具体的比例数字 $a : b$ ）的能力，这是 STEM 领域的通用语言。

问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？

答：有！可以总结为“阿星三步法”：

第一步：统一“步长”。 根据“狗 p 步距 = 兔 q 步距”，设狗一步长为 q 份，兔一步长为 p 份。这样设的好处是直接满足比例等式 $p \times (q) = q \times (p)$ 。

第二步：统一“时间”，求速度。 根据“狗跑 a 步的时间兔跑 b 步”，设这个共同时间为 1 个单位时间。则狗速 = $q \times a$ (份/单位时间)，兔速 = $p \times b$ (份/单位时间)。得到速度比 $v_d : v_r = (aq) : (bp)$ 。

第三步：应用追及公式。 追及时间 $t = \frac{\text{初始距离}S}{\text{速度差}(aq-bp)}$ (注意单位统一)。狗跑路程 $S_d = v_d \times t = \frac{aq \cdot S}{aq-bp}$ 。兔跑路程同理。

记住这个核心公式：当条件为“狗 a 步时兔 b 步，狗 p 步距 = 兔 q 步距”时，速度比 = $(a \times q) : (b \times p)$ 。这个公式囊括了所有此类问题的核心转换。

参考答案与解析

第一关：基础热身

1. $(5 \times 9) : (8 \times 4) = 45 : 32$
2. 狗跑路程: $80 \div (13 - 9) \times 13 = 260$ 米。
3. 设狗步长 10 份，兔步长 7 份。速度比 = $(3 \times 10) : (5 \times 7) = 30 : 35 = 6 : 7$ 。
4. 缺速度值。若狗速 6 米/秒，则兔速 5 米/秒。时间 $t = 60 \div (6 - 5) = 60$ 秒。
5. 速度比 = (步长×步频)比。设狗跑2步时间=兔跑3步时间为 T 。狗速 = $(1.2 \times 2)/T$ ，兔速 = $(0.8 \times 3)/T$ 。速度比 = $2.4 : 2.4 = 1 : 1$ 。
6. 路程比等于速度比 $5 : 3$ 。狗比兔多跑的路程就是初始距离。初始距离 = $150 \div 5 \times (5 - 3) = 60$ 米。
7. $(4 \times 3) : (7 \times 2) = 12 : 14 = 6 : 7$ 。
8. 缺速度值。若兔速 v ，则狗速 $2v$ ，时间 $t = 100 \div (2v - v) = 100/v$ 秒。
9. 狗跑路程: $240 \div 8 \times 11 = 330$ 米。
10. 正确。根据推导，速度比 (份数) = (狗步长×狗步数) : (兔步长×兔步数) = $(q \times a) : (p \times b)$ 。

二、奥数挑战

- 先求速度比: $(5 \times 3) : (9 \times 2) = 15 : 18 = 5 : 6$ (狗:兔)。狗追30米时, 兔跑了 $30 \times \frac{6}{5} = 36$ 米。此时狗兔距离从10米变为 $10 + 36 - 30 = 16$ 米。题目说“还与兔相距5米”, 矛盾。若按此数据, 追30米后应相距16米, 不是5米。可能是题目数据设计为其他比例。常规解法: 设速度比 $5 : k$, 根据“追30米后距5米”列方程: $10 + 30 \times \frac{k}{5} - 30 = 5$, 解得 $k = \dots$
- 这是相遇问题与追及问题的结合。第一次迎面相遇在 $200 \times 2 \div (5 + 4) \times 4$ 米处 (从起点算兔的路程)。第二次迎面相遇需要两人共跑 600 米, 然后计算。
- 速度比 $= (3 \times 3) : (4 \times 2) = 9 : 8$ 。兔先跳10次, 领先距离为 $10 \times$ (兔步长)。设兔步长为 2 份 (因狗2步距=兔3步距, 设狗步长3份, 兔2份)。兔领先 20 份。速度差为 $9 - 8 = 1$ 份/单位时间。追及所需时间 = 20 个单位时间。狗跳次数 $= 3 \times 20 = 60$ 次。
- 分别计算狗追兔、狗追龟的时间。狗兔速度比 $5 : 3$, 距离 30 米。狗龟速度: 需先求兔龟速度比 $4 : 1$, 及狗兔比 $5 : 3$, 得狗:兔:龟 $= 5 : 3 : (3/4) = 20 : 12 : 3$ 。狗龟速度比 $20 : 3$, 距离 $30 + 20 = 50$ 米。时间不同, 故不能同时追上。
- 新狗速 = 原狗速 $\times 1.2 \times 0.8 = 0.96$ 。新兔速 = 原兔速 $\times 0.9 \times 1.1 = 0.99$ 。新速度比 $= 0.96 : 0.99 = 32 : 33$ 。现在兔更快。
- 速度比 $5 : 4$, 路程比也是 $5 : 4$ 。狗比兔多跑1圈 (300米) 时追上。此时兔跑了 $300 \div (5 - 4) \times 4 = 1200$ 米, 即 $1200/300 = 4$ 圈。
- 设狗步长 q , 兔步长 p (份)。速度 $v_d = aq/T, v_r = bp/T$ 。追及时间 $t = S/(aq - bp) \times T$ 。狗的总步数 = 狗步频 \times 总时间 $= a/T \times t = \frac{aS}{aq - bp}$ 。注意, 这里步长 q 是份数, 如果 S 是实际距离, 则需要知道每份对应的实际长度。
- 兔到洞时间 $t_r = 40/v_r$ 。狗到洞时间 $t_d = (30 + 40)/(1.5v_r) = 70/1.5v_r = 46.67/v_r$ 。因为 $40/v_r < 46.67/v_r$, 所以兔能安全进洞。
- 设初始狗速 V , 兔速 v 。第一阶段: 路程差 $= (V - v)T$ 。第二阶段: 狗速 $0.8V$, 时间 T , 路程差 $= (0.8V - v)T$ 。总路程差等于初始距离 S 。列方程: $(V - v)T + (0.8V - v)T = S$, 且 $S = (V - v)T \times 2$? 需要仔细设定。更清晰: 设初始距离 S 。追及条件: 狗在 $2T$ 内总路程比兔多 S 。即 $VT + 0.8V \cdot T = v \cdot 2T + S$ 。又因为第一阶段结束时的距离差为 $S - (V - v)T$ 。第二阶段狗追上了, 所以 $(0.8V - v)T = S - (V - v)T$ 。解这个方程组可得 $V : v = 5 : 3$ 。
- 设狗步长 q , 兔步长 p 。初始距离 $K \cdot$ (狗步长) $= Kq$ 份。速度比 $(aq) : (bp)$ 。追及所需时间 (单位时间) $= \frac{Kq}{aq - bp}$ 。狗跑的步数 = 步频 \times 时间 $= a \times \frac{Kq}{aq - bp} = \frac{aKq}{aq - bp}$ 。

第三关: 生活应用 (思路点睛)

- 将“处理样本数”视为路程。A的“速度”: $v_A = 3\text{批}/\text{时} \times 2\text{样本}/\text{批} = 6\text{样本}/\text{单位时间}$ 。B的速度: $v_B = 5 \times 1 = 5\text{样本}/\text{单位时间}$ 。速度比 $6 : 5$ 。当B处理5000样本时, 用时 $t = 5000/5 = 1000$ 单位时间。A处理的样本数 $= 1000 \times 6 + 1000$ (领先) $= 7000$ 。A更多。
- 此题需谨慎建模。将每次发动机工作视为“一步”。“步长”: 飞船 4 km/h , 空间站 2 km/h 。“步频”: 飞船 $1/3$ 次/秒, 空间站 $1/5$ 次/秒。但速度单位不统一 (km/h 和 km/s)。核心是计算

累积速度增量带来的路程差。更直接的方法：设飞船工作 n 次。飞船总速度增量： $4n \text{ km/h} = 4n/3600 \text{ km/s}$ 。空间站在相同时间 $t = 3n$ 秒内工作的次数： $3n/5$ 次，总速度增量： $2 \times (3n/5) = 6n/5 \text{ km/h} = (6n/5)/3600 \text{ km/s}$ 。初始速度差： $7.6 - 7.5 = 0.1 \text{ km/s} = 360 \text{ km/h}$ 。追及方程： $(\text{飞船初速} + \text{飞船增益}) \times \text{时间} = (\text{站初速} + \text{站增益}) \times \text{时间} + \text{初始距离}$ 。时间 $t = 3n$ 秒 = $3n/3600$ 小时。需统一单位（km/h和小时）列方程求解 n 。计算复杂，重在理解建模过程。

3. 甲速：3次/单位时间 × 3包/次 = 9 包/单位时间。乙速： $2 \times 5 = 10$ 包/单位时间。乙更快。乙先达到第 N 个包的条件是 $N/10 < N/9$ ，显然对于任意 $N > 0$ 都成立，所以乙一定更快。因此无论总数多少，乙都先达到。
4. 单位换算：初始速度 $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ 。设轿车加速 x 次，卡车加速 y 次。时间 $t = 4x$ 秒（假设轿车连续加速）。卡车在 t 秒内加速次数 $y = \lfloor t/6 \rfloor$ 。轿车速度： $25 + (10/3.6)x \text{ m/s}$ 。卡车速度： $25 + (5/3.6)y \text{ m/s}$ 。超车要求：轿车路程 - 卡车路程 $\geq 20 + 30 = 50$ 米。列不等式求解最小的整数 x 。注意 y 依赖于 x 。

5. 算法A已领先 k 个元素。设B启动后，处理元素数为 n_B ，则A总共处理 $n_A = k + n_B \times (3/\log_2 n_B)$ ？这里不对。应设B处理到规模 n 时（即处理了 n 个元素），A处理的总元素数 = $k + \frac{3n}{\log_2 n}$ ？不，A的速度是恒定的 3 周期/元素，但B处理第 i 个元素的时间是 $\log_2 i$ 周期，这不是匀速问题。更精确的模型是：时间 t 时，A处理的元素数 $N_A = k + \frac{t}{3}$ 。B处理的元素数 N_B 满足 $t = \sum_{i=1}^{N_B} \log_2 i \approx \int_1^{N_B} \log_2 x dx$ 。这是一个积分方程。对于大 n ， $\int \log x dx = x \ln x - x$ 。令 $N_A = N_B = n$ ，解 $k + t/3 = n$ 且 $t \approx n \ln n / \ln 2 - n$ ，得到关于 n 的方程。这已超出小学数学范畴，旨在展示追及思想在复杂模型中的应用。

更多精彩内容请访问 星火网 www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-行程-追及基础

12-19

奥数-行程-不同时相遇

12-19

奥数-行程-相遇基础

12-19

奥数-几何-正方体染色

12-19

小学_分数巧算：裂项相消进阶

分数巧算：裂项相消(进阶)

12-19

奥数-几何-立体切分表面积

12-19

