

奥数-行程-流水行船公式

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

阿星精讲：流水行船：顺逆公式 原理

核心概念：想象一下，我是阿星，要穿过一个巨大的机场大厅。大厅中间有一条很长的**传送带**（就是水流）。如果我自己**在平地上走**，我的速度就是 $v_{\text{船}}$ （船在静水中的速度）。现在，我走上这条传送带，会发生什么呢？

顺水：传送带运行的方向，正好是我想去的方向！太爽了！传送带会**推着我前进**。我最终的速度，等于我自己走的速度加上传送带推我的速度 $v_{\text{水}}$ 。所以：**顺水速度 = 船速 + 水速**，即 $v_{\text{顺}} = v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$ 。

逆水：糟糕，我要去的方向和传送带运行方向**相反**！传送带会**阻碍我前进**。我每走一步，都要对抗传送带把我往后拉的力。我最终的速度，等于我自己走的速度减去传送带拖我后腿的速度 $v_{\text{水}}$ 。所以：**逆水速度 = 船速 - 水速**，即 $v_{\text{逆}} = v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$ 。

计算秘籍：

识别角色：从题目中找出“船在静水中的速度”（阿星自己的速度）和“水流速度”（传送带的速度）。

套用公式：

求顺水速度： $v_{\text{顺}} = v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$

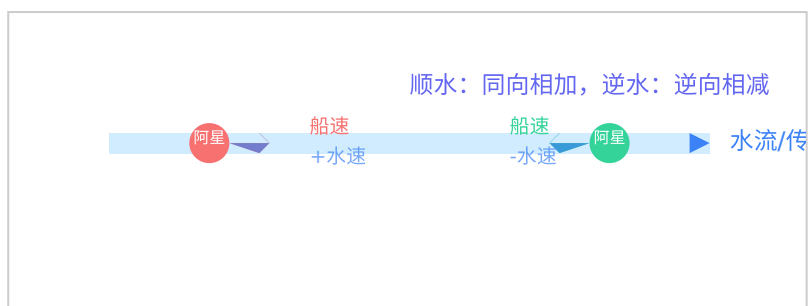
求逆水速度： $v_{\text{逆}} = v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$

求船速： $v_{\text{船}} = (v_{\text{顺}} + v_{\text{逆}}) \div 2$

求水速： $v_{\text{水}} = (v_{\text{顺}} - v_{\text{逆}}) \div 2$

注意单位：计算前确保速度单位一致（通常是 千米/时 或 米/分）。

阿星口诀：船水同向顺水加，船水逆向逆水减。知和知差求船水，和差一半就搞定！



⚠ 易错警示：避坑指南

✗ 错误1：看到速度就直接加或减，不看船和水流的方向关系。

✓ 正解：必须判断是同向（顺水）还是反向（逆水）。先画示意图，标出船自身方向和水流方向，再决定用加号还是减号。

✗ 错误2：单位不统一，例如船速是千米/时，时间用的是分钟，直接相乘。

✓ 正解：“路程=速度×时间”中，速度和时间单位必须匹配。如速度用千米/时，时间必须用小时；或用米/分，时间用分钟。计算前先统一单位。

🔥 例题精讲

例题1：阿星划着小船在河里游玩。小船在平静湖面上的速度是 15 千米/时，河水以 3 千米/时的速度流动。那么，阿星顺流而下的速度是多少？逆流而上的速度又是多少？

🔑 解析：

识别信息：船速 $v_{\text{船}} = 15$ 千米/时，水速 $v_{\text{水}} = 3$ 千米/时。

顺水速度：船与水同向，速度相加。

$$v_{\text{顺}} = v_{\text{船}} + v_{\text{水}} = 15 + 3 = 18 \text{ (千米/时)}。$$

逆水速度：船与水反向，速度相减。

$$v_{\text{逆}} = v_{\text{船}} - v_{\text{水}} = 15 - 3 = 12 \text{ (千米/时)}。$$

✓ 总结：直接应用公式，关键是分清“顺”（加）和“逆”（减）。

例题2：一艘轮船在一条河中航行。已知它顺流而下，4 小时航行了 120 千米；逆流而上，5 小时航行了 100 千米。请问轮船在静水中的速度和水流速度各是多少？

🔑 解析：

由路程和时间，先求出顺、逆水速度：

$$v_{\text{顺}} = 120 \div 4 = 30 \text{ (千米/时)}$$

$$v_{\text{逆}} = 100 \div 5 = 20 \text{ (千米/时)}。$$

利用“计算秘籍”中的公式：

$$\text{船速 } v_{\text{船}} = (v_{\text{顺}} + v_{\text{逆}}) \div 2 = (30 + 20) \div 2 = 25 \text{ (千米/时)}。$$

$$\text{水速 } v_{\text{水}} = (v_{\text{顺}} - v_{\text{逆}}) \div 2 = (30 - 20) \div 2 = 5 \text{ (千米/时)}。$$

✓ 总结：已知顺、逆水速度（或能求出），求船速和水速，就用“和差公式”：船速是平均数，水速是差数的一半。

例题3：阿星驾驶一艘摩托艇，从A码头到B码头顺水需要 2 小时，从B返回A逆水需要 3 小时。已知水流速度是 4 千米/时。请问A、B两个码头相距多少千米？

 **解析：**

设船在静水中的速度为 $v_{\text{船}}$ 千米/时。则：

$$\text{顺水速度 } v_{\text{顺}} = v_{\text{船}} + 4$$

$$\text{逆水速度 } v_{\text{逆}} = v_{\text{船}} - 4。$$

往返**路程相等**。利用“路程=速度×时间”列方程：

$$\text{顺水路程} = (v_{\text{船}} + 4) \times 2$$

$$\text{逆水路程} = (v_{\text{船}} - 4) \times 3$$

$$\therefore (v_{\text{船}} + 4) \times 2 = (v_{\text{船}} - 4) \times 3。$$

解方程：

$$2v_{\text{船}} + 8 = 3v_{\text{船}} - 12$$

$$3v_{\text{船}} - 2v_{\text{船}} = 8 + 12$$

$$v_{\text{船}} = 20 \text{ (千米/时)}。$$

求路程（代入顺水或逆水公式均可）：

$$\text{顺水速度 } v_{\text{顺}} = 20 + 4 = 24 \text{ (千米/时)}$$

$$\text{路程 } S = v_{\text{顺}} \times t_{\text{顺}} = 24 \times 2 = 48 \text{ (千米)}。$$

✓ 总结：对于往返问题，抓住“往返路程相等”这个关键等量关系来列方程，是通用解法。

阶梯训练

第一关：基础热身（10道）

一只小船在静水中每小时行 10 千米，水流速度是 2 千米/时。顺水速度是多少？

同上题条件，逆水速度是多少？

某船顺水航行 3 小时走了 60 千米，水速为 5 千米/时。求船在静水中的速度。

一艘轮船逆水航行 4 小时走了 48 千米，水速为 3 千米/时。求船在静水中的速度。

已知顺水速度 28 千米/时，逆水速度 20 千米/时，求船速和水速。

两地水路长 120 千米，船顺水需 5 小时，逆水需 8 小时。求船速。

两地水路长 96 千米，船顺水需 6 小时，逆水需 12 小时。求水速。

船在静水中速度是 v 千米/时，水流速度是 3 千米/时。顺水航行 t 小时的路程用式子表示为？

一段河道，水速为 4 千米/时。某船顺水而下用了 2.5 小时，逆水返回用了 3.5 小时。求这段河道的长度。

一艘观光艇顺流航行 18 千米和逆流航行 12 千米所用时间相同。已知水速 2 千米/时，求艇在静水中的速度。

二、奥数挑战

（杯赛真题）某船在静水中速度是水流速度的 5 倍。它从上游甲地到下游乙地用了 6 小时，从乙地返回甲地需要多少小时？

两码头相距 360 千米，一艘轮船往返两码头需要 35 小时。已知逆水航行比顺水航行多花 5 小时，求水流速度。

一条河上有甲、乙两港。一艘船从甲到乙顺水需 4 小时，从乙到甲逆水需 6 小时。一块木板从甲漂到乙需要多少小时？（木板速度=水速）

某船第一次顺流航行 60 千米，逆流航行 40 千米，共用 10 小时；第二次顺流航行 20 千米，逆流航行 50 千米，也用了 10 小时。求静水中船速和水速。

两艘船在静水中速度分别为 20 千米/时和 16 千米/时。它们同时从同一码头出发，同向（顺流）航行 3 小时后，相距多远？（水速 4 千米/时）

（相遇问题）A、B 两港相距 240 千米。甲船从 A 顺水到 B，乙船从 B 逆水到 A，同时出发。已知甲船速 20 千米/时，乙船速 30 千米/时，水速 5 千米/时。几小时后两船相遇？

(追及问题) 一条河上下游相距 90 千米。甲、乙两船分别从上游和下游同时出发, 相向而行, 在途中相遇后, 甲船又经过 4 小时到达下游, 乙船又经过 9 小时到达上游。求船在静水中的速度。(两船静水速度相同)

船在河中航行, 在A、B两港之间往返一次的平均速度是 24 千米/时。已知顺水速度是逆水速度的 1.5 倍。求水速是船速的几分之几?

一艘汽艇在河道中航行, 用 3 小时顺水航行了 87 千米, 然后立即用 4 小时逆水返回原处。求这艘汽艇在静水中航行 70 千米所需的时间。

小明在河中游泳, 逆流而上, 在A处丢失一只水壶。20 分钟后他才发现, 立即回头追寻, 在距离A处 2 千米的B处追到。求水流速度。(假设小明在静水中速度不变)

第三关: 生活应用 (5道)

(AI物流) 一个水上AI快递机器人, 在无风无浪的湖面巡航速度为 12 km/h。今天执行任务时, 它在一条流速为 3 km/h的河道中, 先顺流配送 10 km, 再立即逆流返回起点。整个配送任务需要多少小时?

(航天轨道) 想象一个简化模型: 空间站以固定速度 v_s 在轨道运行 (类似水流)。一艘补给飞船自身动力速度为 v_c 。若飞船从后方追赶空间站 (同向), 则接近速度为 $v_c + v_s$; 若从前方迎面对接 (反向), 则接近速度为 $v_c - v_s$ 。已知飞船迎面对接需 t_1 小时, 同向追及需 t_2 小时 ($t_1 < t_2$)。请写出用 t_1, t_2 表示 v_c 和 v_s 的公式。

(网购效率) 一条大江上的货运, 顺流时自动化货船的运输效率 (速度) 比逆流时高 50%。已知水速为 5 节 (海里/时)。求自动化货船在静水中的速度。

(环境监测) 一艘环境监测无人船, 计划在一条河中往返于两个监测点A、B之间。为了确保数据同步, 它往返一次的总时间必须控制在 8 小时以内。已知AB距离 36 千米, 水速 2 千米/时。问无人船在静水中的最低速度需要达到多少千米/时?

(无人机送餐) 这不是流水, 是“流风”! 一架送餐无人机, 在无风时速度为 30 km/h。今天刮着稳定的风, 风速为 w km/h。无人机从餐厅到顾客家是顺风, 用时 12 分钟; 返回时逆风, 用时 18 分钟。请问餐厅和顾客家之间的直线距离是多少千米?

常见疑问 FAQ

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：核心难点在于要同时处理**两个独立运动**的叠加。船（或人）自身是一个运动源，水流（或传送带）是另一个运动源。很多同学习惯处理单一对象的运动，当两个对象的运动方向可能相同也可能相反时，就容易混淆。关键在于建立“相对速度”的概念：船对岸的速度 = 船对水的速度 \pm 水对岸的速度。用阿星的传送带比喻，就是把抽象的水流变成了可视化的参照物，降低了理解门槛。

问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？

答：这是物理和数学的完美结合点，意义重大：

物理思维：这是“运动合成与分解”的雏形，为高中物理学习**速度矢量合成**打下直观基础。

公式 $v_{\text{对地}} = v_{\text{对水}} + v_{\text{水对地}}$ 就是矢量加法。

代数思维：它训练从实际问题中**抽象出数学模型**（方程或方程组）的能力。例如例题3，本质是解方程 $(v + 4) \times 2 = (v - 4) \times 3$ 。

函数思想：如果把船速、水速看作变量，顺（逆）水速度就是它们的一次函数 $f(v_{\text{船}}) = v_{\text{船}} \pm k$ 。

问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？

答：对于绝大多数标准流水行船问题，可以归结为解一个以 $v_{\text{船}}$ 和 $v_{\text{水}}$ 为未知数的**二元一次方程组**。

核心套路：

1. 设未知数：静水船速 $v_{\text{船}}$ ，水流速度 $v_{\text{水}}$ 。
2. 根据题意，用未知数表示出顺水速度 $(v_{\text{船}} + v_{\text{水}})$ 和逆水速度 $(v_{\text{船}} - v_{\text{水}})$ 。
3. 利用题目给出的**路程、时间关系**，列出两个独立的方程。

例如：“顺水航行 S_1 用 t_1 小时” $\rightarrow (v_{\text{船}} + v_{\text{水}}) \times t_1 = S_1$

“逆水航行 S_2 用 t_2 小时” $\rightarrow (v_{\text{船}} - v_{\text{水}}) \times t_2 = S_2$

4. 解这个方程组。很多情况下，可以直接用推导出的“和差公式” $v_{\text{船}} = \frac{v_{\text{顺}} + v_{\text{逆}}}{2}$ ， $v_{\text{水}} = \frac{v_{\text{顺}} - v_{\text{逆}}}{2}$ 来快速求解。

参考答案与解析

第一关：基础热身

$$v_{\text{顺}} = 10 + 2 = 12 \text{ (千米/时)}$$

$$v_{\text{逆}} = 10 - 2 = 8 \text{ (千米/时)}$$

顺水速度 $60 \div 3 = 20$ 千米/时，船速 $= 20 - 5 = 15$ 千米/时。

逆水速度 $48 \div 4 = 12$ 千米/时，船速 $= 12 + 3 = 15$ 千米/时。

船速 $= (28 + 20) \div 2 = 24$ 千米/时，水速 $= (28 - 20) \div 2 = 4$ 千米/时。

顺水速度 $120 \div 5 = 24$ 千米/时，逆水速度 $120 \div 8 = 15$ 千米/时。船速 $= (24 + 15) \div 2 = 19.5$ 千米/时。

顺水速度 $96 \div 6 = 16$ 千米/时，逆水速度 $96 \div 12 = 8$ 千米/时。水速 $= (16 - 8) \div 2 = 4$ 千米/时。

$(v + 3) \times t$ 千米。

设船速为 v 千米/时。顺水 $v + 4$ ，逆水 $v - 4$ 。路程相等： $(v + 4) \times 2.5 = (v - 4) \times 3.5$ 。解得 $v = 24$ 。路程 $= (24 + 4) \times 2.5 = 70$ 千米。

时间相同，故 $\frac{18}{v_{\text{船}}+2} = \frac{12}{v_{\text{船}}-2}$ 。交叉相乘： $18(v_{\text{船}} - 2) = 12(v_{\text{船}} + 2)$ ，解得 $v_{\text{船}} = 10$ 千米/时。

二、奥数挑战

设水速为 1，则船速为 5。顺水速度 6，逆水速度 4。顺水与逆水速度比为 $6 : 4 = 3 : 2$ ，路程相同，时间比为速度的反比 $2 : 3$ 。顺水用 6 小时，故逆水需 $6 \times (3/2) = 9$ 小时。

设顺水时间为 t 小时，则逆水时间为 $t + 5$ 小时。有 $t + (t + 5) = 35$ ，得 $t = 15$ ，逆水时间 20 小时。顺水速度 $360 \div 15 = 24$ 千米/时，逆水速度 $360 \div 20 = 18$ 千米/时。水速 $= (24 - 18) \div 2 = 3$ 千米/时。

把全程看作 1。顺水船速 $\frac{1}{4}$ ，逆水船速 $\frac{1}{6}$ 。水速 $= (\text{顺水船速} - \text{逆水船速}) \div 2 = (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}) \div 2 = \frac{1}{24}$ 。木板漂流时间 $= 1 \div \frac{1}{24} = 24$ (小时)。

设顺水船速 x 千米/时，逆水船速 y 千米/时。列方程组：

$$60/x + 40/y = 10 \dots \textcircled{1}$$

$$20/x + 50/y = 10 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \times 3: 60/x + 150/y = 30 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{1}: 110/y = 20 \rightarrow y = 5.5$$

$$\text{代入} \textcircled{1}: 60/x + 40/5.5 = 10 \rightarrow x = 11$$

船速 = $(11 + 5.5)/2 = 8.25$, 水速 = $(11 - 5.5)/2 = 2.75$ 千米/时。(或直接解 x, y 即为顺逆水速)

甲顺水速度 $20 + 4 = 24$, 乙顺水速度 $16 + 4 = 20$ 。3 小时后距离 = $(24 - 20) \times 3 = 12$ 千米。

甲实际顺水速度 $20 + 5 = 25$, 乙实际逆水速度 $30 - 5 = 25$ 。速度和 $25 + 25 = 50$ 千米/时。相遇时间 $240 \div 50 = 4.8$ 小时。

设静水船速 v , 水速 u 。相遇前两船航行时间相同, 设为 t 。则:

甲路程 (顺水): $(v + u)t$; 相遇后甲路程 (逆水? 不对, 甲从上游来, 相遇前顺水, 相遇后到下游, 仍是顺水) ...仔细审题: 甲从上游出发, 到相遇是顺水; 相遇后甲到达下游, 还是顺水。乙从下游出发, 到相遇是逆水; 相遇后乙到达上游, 还是逆水。

故: 甲总路程 (顺水): $(v + u)(t + 4) = 90$

乙总路程 (逆水): $(v - u)(t + 9) = 90$

另外, 相遇时: $(v + u)t + (v - u)t = 90 \rightarrow 2vt = 90 \rightarrow vt = 45$

将 $vt = 45$ 代入甲方程: $(v + u)(45/v + 4) = 90 \dots \textcircled{1}$

代入乙方程: $(v - u)(45/v + 9) = 90 \dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}$ 得: $45 + 4v + 45u/v + 4u = 90 \rightarrow 4v + 4u + 45u/v = 45$

由 $\textcircled{2}$ 得: $45 - 9v - 45u/v + 9u = 90 \rightarrow -9v + 9u - 45u/v = 45$

两式相加: $-5v + 13u = 90 \dots (A)$

由 $vt = 45$ 知 $t = 45/v$, 代入 $\textcircled{1}$: $(v + u)(45/v + 4) = 90$ 展开与(A)联立可解。更优解法: 由甲: $v + u = 90/(t + 4)$; 由乙: $v - u = 90/(t + 9)$; 由相遇: $2vt = 90 \rightarrow v = 45/t$ 。代入前两式相加: $2v = 90/(t + 4) + 90/(t + 9)$, 即 $90/t = 90/(t + 4) + 90/(t + 9)$, 约去90:

$1/t = 1/(t + 4) + 1/(t + 9)$, 解得 $t = 6$ 小时。则 $v = 45/6 = 7.5$ 千米/时。

设顺水速度 $3k$, 逆水速度 $2k$ (因为 $3k : 2k = 1.5 : 1$)。设单程路程为 S 。平均速度 = 总路程 / 总时间 = $2S/(S/3k + S/2k) = 2/(1/3k + 1/2k) = 2/(5/6k) = (12k)/5$ 。已知为 24, 故 $12k/5 = 24, k = 10$ 。顺水速度 30, 逆水速度 20。船速 = $(30 + 20)/2 = 25$, 水速 = $(30 - 20)/2 = 5$ 。水速是船速的 $5/25 = 1/5$ 。

顺水速度 $87 \div 3 = 29$ 千米/时, 逆水速度 $87 \div 4 = 21.75$ 千米/时。静水船速 = $(29 + 21.75)/2 = 25.375$ 千米/时。航行 70 千米需时 $70 \div 25.375 \approx 2.76$ 小时。

设小明静水速度 v 千米/分, 水速 u 千米/分。丢失时, 小明逆水上行, 速度 $v - u$; 水壶顺水漂流, 速度 u 。20 分钟后, 两人相距 $[(v - u) \times 20 + u \times 20] = 20v$ 千米 (这个距离是路程差, 小明逆水走了 $20(v - u)$, 水壶顺水走了 $20u$, 相距是两者之和)。发现后, 小明顺水追及, 速度 $v + u$, 水壶仍为 u 。速度差为 $(v + u) - u = v$ 。追及时间 = 路程差 / 速度差 = $20v/v = 20$ 分钟。在这 20 分钟追及时间里, 水壶又漂了 $20u$ 千米, 从丢失点算起, 水壶共漂了 $20u + 20u = 40u$ 千米, 这正好等于 B 距 A 的 2 千米。所以 $40u = 2, u = 0.05$ 千米/分 = 3 千米/时。

第三关：生活应用

顺流时间 $10 \div (12 + 3) = \frac{2}{3}$ 小时，逆流时间 $10 \div (12 - 3) = \frac{10}{9}$ 小时。总时间 $\frac{2}{3} + \frac{10}{9} = \frac{16}{9} \approx 1.78$ 小时。

设初始距离为 D 。迎面时，相对速度 $v_c + v_s$ ，时间 $t_1 = D/(v_c + v_s)$ 。追及时，相对速度 $v_c - v_s$ ，时间 $t_2 = D/(v_c - v_s)$ 。由两式可得 $v_c + v_s = D/t_1$ ， $v_c - v_s = D/t_2$ 。解得：

$$v_c = \frac{D}{2} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \text{ 但更简洁地，船速 } v_c = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{t_1} + \frac{D}{t_2} \right) = \frac{D(t_1+t_2)}{2t_1t_2}, \text{ 空间站速度 } v_s = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{t_1} - \frac{D}{t_2} \right) = \frac{D(t_2-t_1)}{2t_1t_2}。$$

设静水船速为 v 节。顺水速度 $v + 5$ ，逆水速度 $v - 5$ 。根据题意： $(v + 5) = (v - 5) \times (1 + 50\%) = 1.5(v - 5)$ 。解方程： $v + 5 = 1.5v - 7.5 \rightarrow 0.5v = 12.5 \rightarrow v = 25$ 节。

设静水最低速度为 v 千米/时。顺水时间 $\frac{36}{v+2}$ ，逆水时间 $\frac{36}{v-2}$ 。要求： $\frac{36}{v+2} + \frac{36}{v-2} \leq 8$ 。解不等式：两边除以4： $\frac{9}{v+2} + \frac{9}{v-2} \leq 2 \rightarrow 9(v-2) + 9(v+2) \leq 2(v^2-4) \rightarrow 18v \leq 2v^2-8 \rightarrow 2v^2-18v-8 \geq 0 \rightarrow v^2-9v-4 \geq 0$ 。解得 $v \geq \frac{9+\sqrt{81+16}}{2} = \frac{9+\sqrt{97}}{2} \approx \frac{9+9.85}{2} \approx 9.425$ 。故最低速度需 ≈ 9.43 千米/时。（注意 $v > 2$ 才有意义）

设距离为 S 千米。顺风速度 $30 + w$ ，时间 $12/60 = 0.2$ 小时： $S = 0.2(30 + w)$ 。逆风速度 $30 - w$ ，时间 $18/60 = 0.3$ 小时： $S = 0.3(30 - w)$ 。联立： $0.2(30 + w) = 0.3(30 - w) \rightarrow 6 + 0.2w = 9 - 0.3w \rightarrow 0.5w = 3 \rightarrow w = 6$ km/h。代入得 $S = 0.2 \times (30 + 6) = 7.2$ 千米。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-行程-两车超车

12-19

奥数-行程-两车错车

12-19

奥数-行程-火车追人

12-19

奥数-行程-火车过人

12-19

奥数-行程-火车过桥

12-19

奥数-行程-环形跑道追及

12-19

