

奥数-行程-两车错车

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

阿星精讲：火车错车：相向 原理

核心概念：想象一下，两列火车，比如“铁头”号和“钢甲”号，在一条双轨铁路上面对面疾驰而来。它们可不是打个招呼就完事了，而是要“擦肩而过”！什么叫“擦肩而过”？就是“铁头”号的车头遇到“钢甲”号的车头开始算起，直到“铁头”号的车尾离开“钢甲”号的车尾才算结束。这个过程，就像两个巨人要完全错开身位。阿星说：这本质上就是一场**相遇问题**！两个巨人（火车）要相遇并完成“握手礼”，他们总共需要走过的**路程**，就是他俩的身长之和，即 车长A + 车长B。

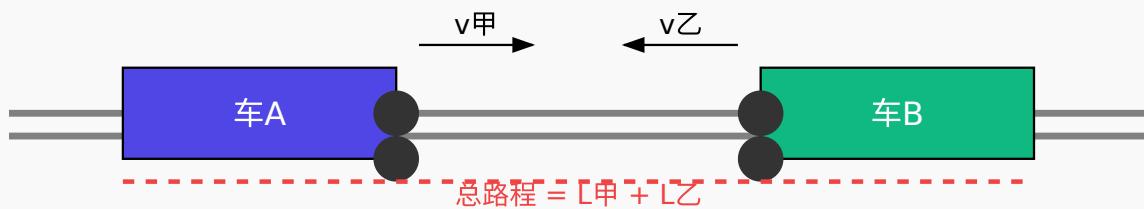
计算秘籍：

锁定总路程：错车总路程 = $L_{\text{甲}} + L_{\text{乙}}$ 。

确定相对速度：因为是相向而行，两车彼此靠近的速度是它们速度之和，即相对速度 = $v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}}$ 。

套用公式：错车时间 = $\frac{\text{总路程}}{\text{相对速度}} = \frac{L_{\text{甲}} + L_{\text{乙}}}{v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}}}$ 。

阿星口诀：相向错车莫慌张，车长相加成总路。速度和来除它，擦肩时间现真相。



易错警示：避坑指南

✗ 错误1：计算路程时，只算一列车的长度。

✓ 正解：错车是“两车整体”的相对运动，必须把两列车的车身长度都算进去，总路程是两车车长之和。

✗ 错误2：计算速度时，误用两车速度差或单车的速度。

✓ 正解：相向而行是“奔向彼此”，所以相对速度是两车速度的和。同向超车时才用速度差。

🔥 例题精讲

例题1：一列长 200 米的火车，以 20 米/秒的速度行驶。另一列长 150 米的火车，以 25 米/秒的速度迎面驶来。两车从车头相遇到车尾完全错开需要多少秒？

❖ 解析：

总路程： $L_1 + L_2 = 200 + 150 = 350$ (米)。

相对速度： $v_1 + v_2 = 20 + 25 = 45$ (米/秒)。

错车时间： $t = \frac{350}{45} = \frac{70}{9}$ (秒) ≈ 7.78 秒。

✓ 总结：直接套用核心公式，注意单位统一。

例题2：两列火车相向而行，甲车长 150 米，每秒行 25 米，乙车每秒行 20 米。两车从车头相遇到底车尾相离用了 9 秒。请问乙车有多长？

❖ 解析：

设乙车长为 L_2 米。总路程为 $150 + L_2$ 。

相对速度为 $25 + 20 = 45$ (米/秒)。

根据时间公式： $\frac{150+L_2}{45} = 9$ 。

解方程： $150 + L_2 = 45 \times 9 = 405$ ，所以 $L_2 = 405 - 150 = 255$ (米)。

✓ 总结：已知时间和一个车长，反求另一个车长。关键在于正确建立“路程和=速度和×时间”的方程。

例题3：(生活场景) 一列高速动车（“复兴号”）和一列普通动车（“和谐号”）在平行轨道上相向而行。“复兴号”长 210 米，速度是 90 米/秒；“和谐号”长 180 米。如果它们从相遇到完全错开仅用了 2.5 秒，那么“和谐号”的速度是多少？

❖ 解析：

总路程: $210 + 180 = 390$ (米)。

设“和谐号”速度为 v 米/秒。相对速度为 $90 + v$ 。

根据时间公式: $\frac{390}{90+v} = 2.5$ 。

解方程: $90 + v = \frac{390}{2.5} = 156$, 所以 $v = 156 - 90 = 66$ (米/秒)。

✓ **总结:** 将现代交通工具代入, 解题逻辑不变。先求速度和, 再求单个速度。

阶梯训练

第一关: 基础热身 (10道)

一列火车长 120 米, 每秒行 18 米; 另一列火车长 130 米, 每秒行 17 米。两车相向而行, 从车头相遇到车尾离开需要多少秒?

长 100 米和长 80 米的两列火车相向而行, 速度分别是 22 米/秒和 18 米/秒。错车时间是多少?

两列火车相向而行, 甲车长 140 米, 速度 20 米/秒, 乙车长 160 米, 速度 25 米/秒。求错车时间。

一列火车长 200 米, 以 72 千米/时的速度行驶。另一列长 250 米的火车以 54 千米/时的速度迎面开来。问错车时间。(注意单位换算)

两列火车长分别是 150 米和 100 米, 相向而行, 在 10 秒内完全错开。如果它们的速度相同, 这个共同速度是多少?

快车长 180 米, 慢车长 150 米。两车相向而行, 快车速度是慢车的 1.5 倍, 错车用了 6 秒。求两车的速度。

已知两车相向错车需 8 秒, 同向超车需 40 秒。如果快车长 150 米, 慢车长 130 米, 求两车速度。

甲车长 120 米, 乙车长 80 米。相向而行, 相遇后 3 秒两车车尾分离。相向而行, 相遇后 15 秒甲车超过乙车。求两车速度。

一列队伍长 150 米, 以 2 米/秒的速度前进。一名通信员以 3 米/秒的速度从队尾跑到队头, 需要多少秒? (转化为“车”与“人”的追及问题)

通信员从队尾以 3 米/秒的速度跑到队头后, 立即以同样的速度返回队尾, 总共用了 100 秒。求队伍长度。(转化为两个运动问题)

二、奥数挑战

(杯赛真题) 在双轨铁道线上, 有两列货车相向而行。它们的速度分别是 10 米/秒和 15 米/秒。坐在快车上的人看见慢车从窗口完全通过用了 6 秒。慢车有多长?

两列火车相向而行, 会车时 (车头相遇时), 甲车上一乘客从看见乙车车头到看见乙车车尾共用 4 秒。乙车长 120 米, 甲车长 135 米。乙车速度是甲车的 $\frac{5}{6}$ 。求两车速度。

甲乙两列火车, 甲车长 120 米, 车速 30 米/秒; 乙车长 150 米。两车相向而行, 从乙车车头经过甲车车窗到乙车车尾完全离开, 共用了 5 秒。求乙车的速度。

快慢两车相向而行, 快车长 280 米, 慢车长 385 米。坐在快车上的人看见慢车驶过窗口的时间是 11 秒。坐在慢车上的人看见快车驶过窗口的时间是多少秒?

铁路旁一条平行小路上, 一个行人和一个骑自行车的人同时向南行进。行人速度是 1 米/秒, 骑车人速度是 3 米/秒。一列长 276 米的火车从他们背后开来, 完全通过行人用了 23 秒, 完全通过骑车人用了 27 秒。这列火车的速度是多少?

两列火车相向而行, 甲车每小时行 50 千米, 乙车每小时行 58 千米。两车错车时, 甲车上一乘客从看见乙车车头到车尾共用了 10 秒。乙车长多少米?

两列对开的火车相遇, 甲车上的司机看到乙车从旁边开过去, 共用了 6 秒。已知甲车速度是 45 千米/时, 乙车速度是 36 千米/时。求乙车长度。

一列快车和一列慢车相向而行, 快车长 200 米, 慢车长 250 米。坐在慢车上的人看见快车驶过窗口的时间是 4 秒。求坐在快车上的人看见慢车驶过窗口的时间。

(多车相遇) 甲、乙、丙三辆车, 甲车长 120 米, 速度 20 米/秒; 乙车长 150 米, 速度 18 米/秒; 丙车长 100 米。甲、乙相向而行, 错车需 6 秒。乙、丙同向而行, 丙车在前, 乙车超车需 50 秒。求丙车的速度。

(综合) 一座铁路桥长 1200 米。一列火车开过大桥需要 75 秒, 火车开过路旁的电线杆只需 15 秒。那么火车全长是多少米? 速度是多少?

第三关：生活应用（5道）

(AI调度) 在一个未来的全自动驾驶铁路系统中, 两列智能列车需要在一个双轨枢纽进行安全交会。A列车长 180 米, 速度 25 m/s , B列车长 220 米。中央AI计算出的安全交会时间窗口为 8 秒。请问AI分配给B列车的最高速度应不超过多少 m/s ?

(航天对接模拟) 在空间站模拟训练中, 两个模拟舱段 (可视为“车厢”) 需要在轨道上模拟对接前的最后接近。A段长 15 米, 以 0.2 米/秒的速度靠近; B段长 10 米, 以 0.3 米/秒的速度靠近。从两个舱段的头端对齐到完全“擦身”错开 (模拟紧急避险), 需要多少秒?

(物流效率) 某快递公司的两条自动化分拣线 (想象成两列移动的“火车”) 在交叉口相向运行, 输送包裹。A线长 30 米, 速度 1.5 米/秒; B线长 25 米, 速度 1 米/秒。为了优化效率, 工程师需要知道两线完全交错一次的时间, 以便编程控制包裹投放间隔。请帮他算出这个时间。

(游戏编程) 你在设计一款火车题材的跑酷游戏。角色需要从一列相向驶来的火车车顶跑过。已知玩家控制的火车长 L_p , 速度 v_p ; 对面火车长 L_e , 速度 v_e 。请写出一个代码函数, 输入这些参数, 计算从两车车头相遇到车尾分离的“危险时间”长度 t 。

(网络安全隐喻) 在网络安全领域, “数据包”像列车在网络中传输。假设两种不同协议的数据流 (A和B) 在一条“通道”中相向传输。A流每个“包”长 1500 “字节/秒”, B流每个“包”长 800 “字节/秒”。它们的传输速率分别是 100 Mbps 和 80 Mbps。请计算一个A包与一个B包完全“交错”通过一个观察点所需的时间 (忽略协议开销, 需进行单位换算: 1字节=8比特)。



常见疑问 FAQ

💡 专家问答: 火车错车: 相向 的深度思考

问: 为什么很多学生觉得这一块很难?

答: 主要有两个思维障碍。第一是“**路程**”的理解。学生容易静态地看问题, 只关注一列火车或某个点。但错车是**动态过程**, 涉及两列火车整体, 总路程必须是 $L_1 + L_2$ 。可以想象成要给两车“合影”, 从第一张 (车头相遇) 到最后一张 (车尾分离), 相机需要“扫描”过的总长度就是两车长之和。第二是“**速度**”的选择。学生经常混淆“相向”(速度和) 与“同向”(速度差) 的情况。关键在于选定**参考系**: 以其中一车为参照物, 相向时另一车就是以两车速度之和的速度“冲过来”。

问: 学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助?

答: 这是**运动问题** (或**行程问题**) 的经典模型, 是培养动态建模能力的绝佳素材。它帮你理解:

1. **相对运动思想**: 这是高中物理的基石。公式 $t = \frac{L_1+L_2}{v_1+v_2}$ 本质是 $t = \frac{s_{\text{相对}}}{v_{\text{相对}}}$ 。
2. **方程建模能力**: 在复杂场景 (如已知时间求车长或速度) 中, 你需要设未知数并建立方

程 $\frac{L_1+L_2}{v_1+v_2} = t$, 这是代数思维的核心训练。

3. **为复杂问题奠基**: 掌握了“错车”模型, 就能轻松理解“队伍通过隧道/桥梁”(路程=车长+桥长)、“通讯员往返”(追及+相遇) 等更复杂的问题。

问: 有什么一招必胜的解题“套路”吗?

答: 有! 请严格按照以下三步走:

1. **画图定路程**: 无论题目多复杂, 画出开始和结束两个时刻的示意图。明确“总路程”是什么。对于相向错车, 坚定不移地写下: $s = L_1 + L_2$ 。

2. **判断相对速度**: 看两车是“奔向彼此”还是“一追一逃”。相向用“+”(和), 同向用“-”(差)。写下: $v_{\text{相对}} = v_1 \pm v_2$ 。

3. **代入公式求解**: 将上面两步的结果代入 $t = \frac{s}{v_{\text{相对}}}$ 进行计算或建立方程。

记住阿星的核心模型: 时间 = $\frac{\text{车长之和}}{\text{速度之和}}$ (相向), 并反复通过画图来验证。

参考答案与解析

第一关: 基础热身

$$t = \frac{120+130}{18+17} = \frac{250}{35} = \frac{50}{7} \text{ 秒。}$$

$$t = \frac{100+80}{22+18} = \frac{180}{40} = 4.5 \text{ 秒。}$$

$$t = \frac{140+160}{20+25} = \frac{300}{45} = \frac{20}{3} \text{ 秒。}$$

$$v_1 = 72 \times \frac{1000}{3600} = 20 \text{ m/s}, v_2 = 54 \times \frac{1000}{3600} = 15 \text{ m/s}. t = \frac{200+250}{20+15} = \frac{450}{35} = \frac{90}{7} \text{ 秒。}$$

$$\text{设速度为 } v \text{ m/s. } \frac{150+100}{v+v} = 10, \frac{250}{2v} = 10, v = 12.5 \text{ m/s.}$$

设慢车速度为 v m/s, 则快车为 $1.5v$ m/s。 $\frac{180+150}{1.5v+v} = 6, \frac{330}{2.5v} = 6, v = 22, 1.5v = 33$ 。所以慢车 22 m/s, 快车 33 m/s。

设快车速度 v_f , 慢车 v_s 。相向: $\frac{150+130}{v_f+v_s} = 8 \rightarrow v_f + v_s = 35$ 。同向: $\frac{150+130}{v_f-v_s} = 40 \rightarrow v_f - v_s = 7$ 。解得 $v_f = 21, v_s = 14$ m/s。

相向错车时间短, 是同向超车。设甲速 v_1 , 乙速 v_2 。相向: $\frac{120+80}{v_1+v_2} = 3 \rightarrow v_1 + v_2 = \frac{200}{3}$ 。同向: $\frac{120+80}{v_1-v_2} = 15 \rightarrow v_1 - v_2 = \frac{40}{3}$ 。解得 $v_1 = 40, v_2 = \frac{80}{3}$ m/s。

通信员追及队伍, 相对速度 = $3 - 2 = 1$ m/s, 路程=队伍长 150 米。 $t = 150/1 = 150$ 秒。
(此为追及问题)

设队伍长 L 米。去时 (追及): $t_1 = \frac{L}{3-2} = L$ 秒。回时 (相向相遇): $t_2 = \frac{L}{3+2} = \frac{L}{5}$ 秒。总时间 $L + \frac{L}{5} = 100, \frac{6L}{5} = 100, L = \frac{500}{6} = \frac{250}{3}$ 米。

二、奥数挑战

以快车为参照物，慢车以 $10 + 15 = 25$ m/s 的相对速度通过窗口。路程即慢车长 L 。 $L = 25 \times 6 = 150$ 米。

乘客看到乙车通过用了 4 秒，这是以甲车为参照物，乙车以相对速度 $(v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}})$ 通过了其自身长度 120 米。所以 $v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = 120/4 = 30$ m/s。又知 $v_{\text{乙}} = \frac{5}{6}v_{\text{甲}}$ ，解得 $v_{\text{甲}} = \frac{180}{11}$ m/s， $v_{\text{乙}} = \frac{150}{11}$ m/s。

以甲车为参照物，乙车以相对速度 $(v_{\text{乙}} + 30)$ 通过甲车车窗，通过的路程是乙车自身的长度 150 米。时间 5 秒。所以 $v_{\text{乙}} + 30 = 150/5 = 30$ ，得 $v_{\text{乙}} = 0$ ？这不可能。仔细读题：“从乙车车头经过甲车车窗到乙车车尾完全离开”。这个过程中，乙车头相对于甲车车窗的位移，不仅仅是乙车长，而是乙车头从与甲车车窗平齐，到乙车尾离开甲车车窗，这个位移其实是乙车长。但这里甲车也在动。所以相对速度仍是 $v_{\text{乙}} + 30$ ，方程 $150 = (v_{\text{乙}} + 30) \times 5$ 正确，解得 $v_{\text{乙}} = 0$ 。这说明题目条件可能让乙车静止？或者是乙车速度方向与甲车相同？但题干“迎面驶来”是相向。可能题目条件设置导致乙车速度为零？这在物理上不可能。更可能是个错题，或“迎面驶来”应删去。常规解法就是上述，得 $v_{\text{乙}} = 0$ m/s。

以快车为参照物，看慢车：慢车以相对速度 $v_{\text{快}} + v_{\text{慢}}$ 通过窗口，路程=慢车长 385 米，时间 11 秒。所以 $v_{\text{快}} + v_{\text{慢}} = 385/11 = 35$ m/s。以慢车为参照物，看快车：快车以相同的相对速度 35 m/s 通过窗口，路程=快车长 280 米。所以时间 $t = 280/35 = 8$ 秒。

设火车速度为 v m/s。对于行人：火车超行人是追及问题，相对速度 $v - 1$ ，路程=车长 276 米，时间 23 秒。 $276 = (v - 1) \times 23 \rightarrow v - 1 = 12 \rightarrow v = 13$ m/s。验证骑车人： $276 = (v - 3) \times 27 \rightarrow v - 3 = 10.22$ ，与 13 不符。矛盾。说明需要列方程组求解。设车长为 L ，车速为 v 。对行人： $L = (v - 1) \times 23$ 。对骑车人： $L = (v - 3) \times 27$ 。两式相等： $(v - 1) \times 23 = (v - 3) \times 27 \rightarrow 23v - 23 = 27v - 81 \rightarrow 4v = 58 \rightarrow v = 14.5$ m/s。代入得 $L = (14.5 - 1) \times 23 = 13.5 \times 23 = 310.5$ 米。原题给车长 276 是干扰项？或者这是一道改编题，已知车长求速度。用原给车长会矛盾，说明应设车长为未知数。本题按标准解法：方程组解得 $v = 14.5$ m/s， $L = 310.5$ 米。

甲车乘客看乙车，相对速度 = $50 + 58 = 108$ km/h = $108 \times \frac{1000}{3600} = 30$ m/s。乙车长 = 相对速度 \times 时间 = $30 \times 10 = 300$ 米。

相对速度 = $45 + 36 = 81$ km/h = 22.5 m/s。乙车长 = $22.5 \times 6 = 135$ 米。

坐在慢车上的人看快车：相对速度 $v_{\text{快}} + v_{\text{慢}}$ ，路程=快车长 200 米，时间 4 秒。所以 $v_{\text{快}} + v_{\text{慢}} = 200/4 = 50$ m/s。坐在快车上的人看慢车：相对速度相同 50 m/s，路程=慢车长 250 米。时间 $t = 250/50 = 5$ 秒。

1) 甲乙相向： $\frac{120+150}{20+18} = 6 \rightarrow \frac{270}{38} = 6$ ？ $270/38 \approx 7.1$ ，不等于 6。说明题目给的时间 6 秒可能反推了乙车速度？此处题干似乎有预设：甲、乙错车需 6 秒。据此求乙速？设乙速为已知 18，则

甲乙错车时间应为 $270/38$, 不是整数 6。可能乙速未知? 设乙速 v_B 。 $\frac{270}{20+v_B} = 6 \rightarrow 20 + v_B = 45 \rightarrow v_B = 25$ m/s。但前面已给乙速 18, 冲突。这可能是一道错题, 或需忽略已知乙速 18, 用方程解。我们按“错车需6秒”为准: 得 $v_B = 25$ m/s。2) 乙丙同向 (乙追丙): $\frac{150+100}{25-v_C} = 50 \rightarrow \frac{250}{25-v_C} = 50 \rightarrow 25 - v_C = 5 \rightarrow v_C = 20$ m/s。所以丙车速度为 20 m/s。过桥: 路程 = 车长 + 桥长 = $L + 1200$, 时间 75 秒。过电线杆: 路程 = 车长 L , 时间 15 秒。车速 v 不变。所以 $v = L/15$, 且 $v = (L + 1200)/75$ 。联立: $L/15 = (L + 1200)/75 \rightarrow 5L = L + 1200 \rightarrow 4L = 1200 \rightarrow L = 300$ 米。 $v = 300/15 = 20$ m/s。

第三关: 生活应用

设B车速度为 v_B m/s。 $\frac{180+220}{25+v_B} \leq 8 \rightarrow \frac{400}{25+v_B} \leq 8 \rightarrow 25 + v_B \geq 50 \rightarrow v_B \geq 25$ m/s。所以AI分配给B车的最高速度应不低于 25 m/s才能保证 8 秒内完成? 等等, “不超过”意思是最高速度限制, 即交会时间不能短于 8 秒? 通常安全时间窗口是最小时间要求, 即实际时间必须 ≥ 8 秒。由公式 $t = \frac{400}{25+v_B} \geq 8 \rightarrow 25 + v_B \leq 50 \rightarrow v_B \leq 25$ m/s。所以B车最高速度应不超过 25 m/s。本质是相向错车: 总路程 = $15 + 10 = 25$ 米, 相对速度 = $0.2 + 0.3 = 0.5$ 米/秒。时间 $t = 25/0.5 = 50$ 秒。

$$t = \frac{30+25}{1.5+1} = \frac{55}{2.5} = 22 \text{ 秒。}$$

函数示例 (Python风格):

```
def calculate_danger_time(Lp, vp, Le, ve):
```

```
    """
```

计算两列相向而行的火车错车总时间。

参数:

Lp : 玩家火车长度 (米)

vp : 玩家火车速度 (米/秒)

Le : 敌方火车长度 (米)

ve : 敌方火车速度 (米/秒), 正值表示相向而来

返回:

t : 错车总时间 (秒)

```
    """
```

```
total_length = Lp + Le
```

```
relative_speed = vp + ve # 相向而行, 速度相加
```

```
time = total_length / relative_speed
```

```
return time
```

首先单位换算: A流速率 $R_A = 100 \text{ Mbps} = 100 \times 10^6 \text{ bps}$, 包长 $L_A = 1500 \text{ Byte} = 1500 \times 8 = 12000 \text{ bit}$ 。B流速率 $R_B = 80 \text{ Mbps} = 80 \times 10^6 \text{ bps}$, 包长 $L_B = 800 \times 8 = 6400 \text{ bit}$ 。

可以将传输速率类比为“速度”，包长类比为“车长”。两包“相向”通过观察点，相对速度 = $R_A + R_B = 180 \times 10^6 \text{ bps}$ 。总“长度” = $L_A + L_B = 18400 \text{ bit}$ 。时间 $t = \frac{18400 \text{ bit}}{180 \times 10^6 \text{ bps}} = \frac{18400}{180 \times 10^6} \approx 1.022 \times 10^{-4} \text{ 秒}$ ，即约 0.1022 毫秒。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-行程-火车追人

12-19

奥数-行程-火车过人

12-19

奥数-行程-火车过桥

12-19

奥数-行程-环形跑道追及

12-19

奥数-行程-环形跑道相遇

12-19

奥数-行程-狗追兔步长换算

12-19