

奥数-行程-不同时相遇

刚刚

0 次阅读

本资料为小学数学专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

在线阅读

💡 阿星精讲：相遇问题：不同时出发 原理

核心概念：大家好，我是阿星！想象一下，你和朋友赛跑，但他耍赖“抢跑”了10分钟。这时候直接算你们啥时候相遇，是不是感觉脑袋一团乱麻？别急！我们的绝招就是：“**时光倒流大法**”。我们先去终点看看那个“抢跑”的小明，把他一个人偷偷先跑的 10 分钟路程给“扣掉”。这样，我们就假装把他拉回了起点，**比赛重新开始，两人同时、同地出发**！这个世界瞬间就变回了我们最熟悉的“标准相遇模型”。简单说，就是“**处理掉捣乱的时间差，让问题回归标准形态**”。

计算秘籍：

算“领先距离”：先走的人在这段时间里，偷偷跑了多远？公式：领先距离 = 先走者的速度 \times 先走时间。即 $S_{\text{领先}} = v_1 \times t_{\text{先}}$ 。

变“标准模型”：从总路程里“扣掉”这个领先距离，剩下的路程才是两人需要“同时开始走”才能相遇的部分。新的有效路程： $S_{\text{有效}} = S_{\text{总}} - S_{\text{领先}}$ 。

用“标准公式”：现在两人速度不变，同时从“新起点”出发走 $S_{\text{有效}}$ ，求相遇时间。相遇时间 = $S_{\text{有效}} \div (v_1 + v_2)$ 。

别忘“总时间”：对于后出发的人，这个时间就是他的行走时间。但对于先出发的人，总时间还要加上他先走的那些时间哦！

阿星口诀：“有人先跑别慌张，单走路程先减光。剩下路程合力走，相遇时间轻松求。”

⚠ 易错警示：避坑指南

✗ 错误1：把两人时间直接相加。例如，小明先走10分钟，小红后出发，相遇时直接把10分钟和小红的行走时间相加当总时间。

✓ 正解：时间是连续的，但行走时间是不同的。要先统一研究对象：要么都以总时间为基准，算各自的路程；要么用“扣掉领先距离”法，让时间起点变一致。

✗ 错误2：单位不统一。速度是“公里/小时”，先走时间是“分钟”，直接相乘。

✓ 正解：单位一致是计算的基石！必须先把分钟化为小时： $10\text{分钟} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}\text{小时}$ 。

🔥 例题精讲

例题1：小明和小红家相距 4 km。小明每分钟走 60 m，他先出发 10 分钟后，小红以每分钟 80 m 的速度从家出发去迎他。两人出发后多久相遇？

🔑 解析：

统一单位：总路程 $S_{\text{总}} = 4\text{ km} = 4000\text{ m}$ 。小明速度 $v_{\text{明}} = 60\text{ m/min}$ ，小红速度 $v_{\text{红}} = 80\text{ m/min}$ ，先走时间 $t_{\text{先}} = 10\text{ min}$ 。

算领先距离：小明10分钟先走的路程： $S_{\text{领先}} = v_{\text{明}} \times t_{\text{先}} = 60 \times 10 = 600\text{ m}$ 。

变标准模型：剩下需要两人“同时走”的路程： $S_{\text{有效}} = 4000 - 600 = 3400\text{ m}$ 。

求相遇时间（小红出发后）： $t_{\text{相遇}} = S_{\text{有效}} \div (v_{\text{明}} + v_{\text{红}}) = 3400 \div (60 + 80) = 3400 \div 140 = \frac{170}{7}\text{ min}$ 。



✓ 总结：心法就是阿星说的：“先把小明走的减掉”，问题立刻变简单。

例题2：阿星和教授从实验室去会议室，路程 1.2 km。阿星骑平衡车先走，速度 15 km/h。4 分钟后教授发现资料没拿，以 9 km/h 的速度追赶。教授出发后多久追上阿星？

🔑 解析：

这是“追及问题”，但内核相同。阿星先走 $t_{\text{先}} = 4\text{ min} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}\text{ h}$ 。

阿星的领先距离： $S_{\text{领先}} = v_{\text{星}} \times t_{\text{先}} = 15 \times \frac{1}{15} = 1\text{ km}$ 。

“扣掉”这1 km的领先？不对！追及问题的“有效距离”就是这个领先距离本身！教授需要追上的就是阿星多走的这1 km。

变标准模型：想象成教授在起点，阿星在1 km外的前方，两人同时出发，教授追。速度差：

$$v_{\text{差}} = 15 - 9 = 6 \text{ km/h}。$$

$$\text{追赶时间：} t = S_{\text{领先}} \div v_{\text{差}} = 1 \div 6 = \frac{1}{6} \text{ h} = 10 \text{ min}。$$

☑ **总结：**无论是相遇还是追及，“先处理时间差造成的距离差”是通用思想。追及问题中，这个距离差直接就是追赶目标。

例题3：两辆快递无人车A和B从相距 30 km的两个仓库同时对向出发配送。A车速度 20 km/h，但程序启动晚，B车出发 12 分钟后A车才出发。B车速度 25 km/h。请问A车出发后多久两车相遇？相遇点距离A车仓库多远？

✎ **解析：**

这次是“后者先走”，B车先走 $t_{\text{先}} = 12 \text{ min} = 0.2 \text{ h}$ 。

$$\text{B车领先距离：} S_{\text{领先}} = v_B \times t_{\text{先}} = 25 \times 0.2 = 5 \text{ km}。$$

变标准模型：总路程扣掉B车先走的 5 km，剩下两人同时走的路程： $S_{\text{有效}} = 30 - 5 = 25 \text{ km}$ 。

$$\text{A车出发后相遇时间：} t = S_{\text{有效}} \div (v_A + v_B) = 25 \div (20 + 25) = 25 \div 45 = \frac{5}{9} \text{ h} \approx 33.33 \text{ min}。$$

$$\text{相遇点距A仓距离：即A车走的路程：} S_A = v_A \times t = 20 \times \frac{5}{9} = \frac{100}{9} \approx 11.11 \text{ km}。$$

☑ **总结：**谁先走就扣掉谁的路程。求哪个时间，就以那个时刻作为“同时出发”的起点。

🚀 阶梯训练

第一关：基础热身（10道）

甲乙两地相距 600米，小东从甲地出发，每分钟走 50米，3分钟后小西从乙地出发，每分钟走 70 米。小西出发后几分钟两人相遇？

小方和小圆相距 1.8千米，小方以 80米/分的速度走向小圆，先走 5分钟，小圆以 100米/分的速度迎过来。他们多久后相遇？

一辆摩托车和一辆自行车相距 60公里，摩托车速度 45公里/时，自行车速度 15公里/时。自行车提前 1小时出发，摩托车几小时后追上自行车？（追及问题）

两艘船从港口反向开出，大船速度 24 千米/时，小船速度 18 千米/时。大船先开 2 小时，小船才开。小船开出几小时后两船相距 150 千米？（背离问题）

姐姐和弟弟从家去图书馆，路程 1200 米。姐姐每分钟走 60 米，弟弟每分钟走 40 米。弟弟先走 4 分钟，姐姐能追上弟弟吗？如果能，追上时离家多远？

AB 两地相距 90 千米，甲车从 A 去 B，速度 40 千米/时。甲车出发 30 分钟后，乙车从 B 去 A，速度 50 千米/时。相遇时乙车走了多少千米？

小明和小华在环形跑道（长 400 米）上反向跑步。小明速度 6 米/秒，小华速度 4 米/秒。小明先跑 10 秒后小华才从同一点反向出发。两人第一次相遇时，小华跑了多少秒？

小张和小李从公园两端修一条路，路长 240 米。小张每天修 8 米，小李每天修 12 米。小张先修了 3 天，小李再加入。修完这条路一共用了多少天？

一辆客车从 A 站到 B 站，速度 72 千米/时。一辆货车从 B 站到 A 站，速度 48 千米/时。货车比客车早出发 15 分钟，两车在距 B 站 36 千米处相遇。求 AB 两站距离。

甲、乙两人绕周长为 300 米的操场同向行走。甲速度 80 米/分，乙速度 50 米/分。甲先走 2 分钟，乙再同向出发。甲第一次追上乙时，乙走了多少分钟？

二、奥数挑战

甲、乙两人从 A、B 两地同时出发相向而行，相遇后甲继续走 18 分钟到达 B 地，乙继续走 32 分钟到达 A 地。已知甲比乙早出发 12 分钟，问乙出发后多少分钟两人相遇？

一列快车和一列慢车相向而行，快车车长 200 米，慢车车长 250 米。坐在快车上的人看慢车驶过窗口的时间是 5 秒，坐在慢车上的人看快车驶过窗口的时间是 4 秒。如果慢车比快车早出发 10 秒，求两车从车头相遇到车尾相离共需多少时间？

甲、乙两车分别从 A、B 两地出发，在 A、B 间不断往返行驶。已知甲车速度是乙车的 $\frac{7}{9}$ ，且两车第三次相遇地点与第四次相遇地点相距 100 千米。若甲车比乙车早出发 1 小时，求两车第一次相遇的时间。

自动扶梯以均匀速度由下往上行驶，小明和小红从扶梯下端同时往上走。小明走了 40 级到达顶部，小红走了 60 级到达顶部。已知小明的速度是小红的 2 倍（扶梯速度不变），如果小红比小明晚出发 5 秒，问小红出发后多少秒追上小明？

甲、乙在环形跑道上跑步，跑道长 500 米。甲速度 6 米/秒，乙速度 4 米/秒。如果甲、乙同向出发，甲在乙后面 100 米，且甲比乙晚出发 10 秒。问甲出发后多少秒第一次追上乙？

第三关：生活应用（5道）

【AI调度】两个AI快递机器人分别从相距 5.6公里的配送站出发，前往中点处的充电站。机器人A速度为 4.2米/秒，但它需要 3分钟的系统自检时间，因此比机器人B晚出发。机器人B速度为 3.5米/秒。为确保它们同时到达充电站且不冲突，机器人A应比机器人B晚出发多少分钟？（结果保留整数）

【航天会合】空间站A在距地面 400公里的圆形轨道上，速度为 7.68千米/秒。一艘货运飞船B从地面发射，入轨后速度为 7.71千米/秒，将在更高的 450公里轨道上与空间站同向会合。假设飞船入轨时，空间站恰好在它前方 1000公里的轨道上。由于飞船需要时间调整姿态，它比预定时间晚出发 15秒点火加速。问飞船从入轨到追上空间站，实际需要多少秒？（轨道近似为直线相遇问题）

【直播带货】主播阿星和助手小亮分别在两个仓库直播卖货。晚上 8 : 00，阿星仓库的订单以 120单/分钟的速度产生，小亮仓库以 80单/分钟的速度产生。后台处理系统从阿星仓库开始处理订单，处理速度为 300单/分钟。10分钟后，系统开始同时处理两个仓库的订单。问从晚上 8 : 00 开始，经过多少分钟，两个仓库的待处理订单数首次相同？

【自动驾驶】在一条长直测试车道上，自动驾驶汽车M以 72公里/时的恒定速度行驶。另一辆测试汽车N在M后方 2公里处，以 90公里/时的速度追赶。但由于通信延迟，N车比预定指令晚 20秒启动加速程序。问N车启动加速程序后，还需要多少秒才能追上M车？

【算法模拟】在模拟器中，点P从数轴原点出发，以每秒 2个单位向正方向移动。点Q从数轴 100的位置出发，以每秒 3个单位向负方向移动。但模拟器有BUG，点P的启动代码比点Q多运行了 5秒才真正开始移动。求两点相遇的坐标。

常见疑问 FAQ

专家问答：相遇问题：不同时出发 的深度思考

问：为什么很多学生觉得这一块很难？

答：难在“**时空不同步**”带来的思维干扰。标准相遇模型（同时出发）中，两人的时间 t 是同一个变量，方程简单： $S = (v_1 + v_2)t$ 。但不同时出发时，时间变量变成了 t_1 和 t_2 ，且满足 $t_1 - t_2 = \Delta t$ （时间差）。学生需要建立两个方程： $S = v_1 t_1 + v_2 t_2$ 和 $t_1 = t_2 + \Delta t$ ，然后联立求解。这个从“一个变量”到“两个关联变量”的跨越，是思维上的一个坎。阿星

的“扣掉法”本质上是代数学中的变量替换思想，通过 $t_1 = t_2 + \Delta t$ 代入，消去 t_1 ，将方程化简为只关于 t_2 的方程： $S = v_1(t_2 + \Delta t) + v_2 t_2$ ，这其实就是“先算领先距离 $v_1 \Delta t$ ”。

问：学习这个知识点对以后的数学学习有什么帮助？

答：这是数学建模和函数思想的绝佳启蒙。首先，它训练了“化归”思想——将未知复杂问题（不同时）转化为已知简单模型（同时）。这在整个数学学习中，从几何辅助线到微积分换元，无处不在。其次，它隐含了线性方程组的雏形。两个对象的运动，天然构成两个方程。最后，它为学习函数图像（s-t图）打下直观基础。在s-t图上，先走的人，他的图像起点就在时间轴上前移了一段，而“扣掉领先距离”在图像上就相当于将后走者的图像向左平移，使两者起点对齐，交点横坐标就是相遇时间。理解这个，对高中物理运动学帮助巨大。

问：有什么一招必胜的解题“套路”吗？

答：有！核心套路就是“统一时间起点”。具体分为三步：

确定参考时刻：通常选择后出发的那个人的出发时刻作为“新零点”。

计算状态：在“新零点”时，先出发的人已经在哪儿了？他领先的距离 $S_{\text{领}} = v_{\text{先}} \times \Delta t$ 。

构建新问题：在“新零点”，两人分别位于相距 $S_{\text{新}} = S_{\text{总}} \mp S_{\text{领}}$ 的两地（相向用减，同向用加/减具体分析），同时出发。然后用标准相遇或追及公式求解。

用公式表达这个套路：设后出发者出发时刻为 0，其行走时间为 t 。则总路程关系为：

$$S_{\text{总}} = v_{\text{先}} \times (\Delta t + t) \pm v_{\text{后}} \times t$$

其中“ \pm ”取决于运动方向（相向为+，同向为-）。这个万用公式，本质上就是统一了时间起点。

参考答案与解析

第一关：基础热身

解析：小东先走 $S_{\text{领}} = 50 \times 3 = 150$ 米。剩余 $S_{\text{有}} = 600 - 150 = 450$ 米。相遇时间 $t = 450 \div (50 + 70) = 450 \div 120 = 3.75$ 分钟。

解析：统一单位：1.8千米=1800米。小方先走 $S_{\text{领}} = 80 \times 5 = 400$ 米。剩余 $S_{\text{有}} = 1800 - 400 = 1400$ 米。相遇时间 $t = 1400 \div (80 + 100) = 1400 \div 180 = \frac{70}{9} \approx 7.78$ 分钟。

解析：自行车领先 $S_{\text{领}} = 15 \times 1 = 15$ 公里。速度差 $v_{\text{差}} = 45 - 15 = 30$ 公里/时。追上时间 $t = 15 \div 30 = 0.5$ 小时。

解析：大船2小时先走 $S_{\text{领}} = 24 \times 2 = 48$ 千米。此时两船相距 $150 - 48 = 102$ 千米。小船开出后，两船速度和 $v_{\text{和}} = 24 + 18 = 42$ 千米/时。时间 $t = 102 \div 42 \approx 2.43$ 小时。

解析：弟弟先走 $S_{\text{领}} = 40 \times 4 = 160$ 米。姐姐每分钟比弟弟快 20 米。追上时间 $t = 160 \div 20 = 8$ 分钟。姐姐走的路程 $S = 60 \times 8 = 480$ 米。因为 $480 < 1200$ ，所以能追上，在离家 480 米处。

解析：甲车先走 $S_{\text{领}} = 40 \times 0.5 = 20$ 千米。剩余 $S_{\text{有}} = 90 - 20 = 70$ 千米。相遇时间（乙车出发后） $t = 70 \div (40 + 50) = \frac{7}{9}$ 小时。乙车路程 $S_{\text{乙}} = 50 \times \frac{7}{9} = \frac{350}{9} \approx 38.89$ 千米。

解析：小明先跑 $S_{\text{领}} = 6 \times 10 = 60$ 米。环形反向相遇，剩余跑道长 $S_{\text{有}} = 400 - 60 = 340$ 米。相遇时间（小华出发后） $t = 340 \div (6 + 4) = 34$ 秒。

解析：小张先修 $S_{\text{领}} = 8 \times 3 = 24$ 米。剩余 $S_{\text{有}} = 240 - 24 = 216$ 米。合作效率 $v_{\text{和}} = 8 + 12 = 20$ 米/天。合作天数 $t = 216 \div 20 = 10.8$ 天。总天数 $3 + 10.8 = 13.8$ 天。

解析：货车先走 15 分钟=0.25 小时，领先 $S_{\text{领}} = 48 \times 0.25 = 12$ 千米。相遇时，货车共走了 36 千米，所以货车在相遇时行走的时间是 $t_{\text{货}} = 36 \div 48 = 0.75$ 小时。这段时间客车走了 $S_{\text{客}} = 72 \times 0.75 = 54$ 千米。两站距离 $S = 12 + 54 + 36 = 102$ 千米。（或用方程：设客车走了 t 小时，则 $72t + 48(t + 0.25) = S$ ，且 $48(t + 0.25) = 36$ ，解得 $t = 0.75, S = 102$ ）

解析：甲先走 $S_{\text{领}} = 80 \times 2 = 160$ 米。甲第一次追上乙，需比乙多跑一圈，即多跑 300 米，但由于乙还没出发时甲已领先 160 米，所以甲只需要再比乙多跑 $300 - 160 = 140$ 米即可。速度差 $v_{\text{差}} = 80 - 50 = 30$ 米/分。乙出发后甲追上所用时间 $t = 140 \div 30 = \frac{14}{3} \approx 4.67$ 分钟。所以乙走了 $\frac{14}{3}$ 分钟。

（第二关、第三关解析因篇幅所限，在此省略，可由教师根据教学进度提供。）

更多精彩内容请访问 星火网 www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中，请稍后再来...

更多练习题

奥数-行程-相遇基础

12-19

奥数-几何-正方体染色

12-19

小学_分数巧算：裂项相消进阶

分数巧算：裂项相消(进阶)

12-19

奥数-几何-立体切分表面积

12-19

奥数-几何-三视图还原

12-19

奥数-几何-圆中方面积

12-19

