

奥数-数论-整除特征2-5-4-8

本资料为小学数学 专项练习题，包含精选例题与配套练习，适合课后巩固和考前复习使用。

整除特征：2, 5, 4, 8

知识要点

核心概念：判断一个数能不能被另一个数整除，不用真的去除，只要观察这个数的特点就行。我们可以把数想象成一个队伍，不同的除数，检查的队伍部分不一样。

2和5（看个位）：就像检查队伍的最后一个“侦察兵”。能被2整除（是偶数）的数的个位是0, 2, 4, 6, 8；能被5整除的数的个位是0或5。

4（看末两位）：像检查队伍的最后两个“队员”组成的小队。如果一个数的最后两位组成的数能被4整除，那么这个数本身就能被4整除。

8（看末三位）：像检查队伍的最后三个“队员”组成的小队。如果一个数的最后三位组成的数能被8整除，那么这个数本身就能被8整除。

计算法则：

判断能否被2整除：看个位数字。个位是0, 2, 4, 6, 8即可。

判断能否被5整除：看个位数字。个位是0或5即可。

判断能否被4整除：

取出这个数的最后两位数字，组成一个新的两位数。

判断这个新的两位数能否被4整除。

判断能否被8整除：

取出这个数的最后三位数字，组成一个新的三位数。

判断这个新的三位数能否被8整除。

记忆口诀：

2、5 好兄弟，只看个位就可以。

4 要检查末两位，队伍小队排整齐。

8 要检查末三位，三位一队看仔细。

㊂ 知识关联：这和三年级学的“数的组成”紧密相关。比如 $1234 = 1200 + 34$ ，因为 1200 肯定是 4 的倍数 (12×100 ，而 100 是 4 的倍数)，所以 1234 能不能被 4 整除，就只看剩下的 34 了。判断 8 的道理也一样。

易错点警示

✗ 错误1：判断能否被8整除时，只看最后两位。

✓ 正解：必须看最后三位。例如判断 3112，不能看 12，要看 112， $112 \div 8 = 14$ ，所以 3112 能被8整除。

✗ 错误2：判断一个很大数能否被4整除时，试图用整个数去除以4。

✓ 正解：只需看最后两位。例如判断 20240101 能否被4整除，只需看 01（也就是 1），1 不能被4整除，所以 20240101 也不能被4整除。

✗ 错误3：遇到数字末尾是“00”时，混淆4和8的规则。认为“00”不能被4或8整除。

✓ 正解：“00”作为一个两位数，它表示 0，而 0 能被任何非零数整除。所以，末尾两位是“00”的数一定能被4整除；末尾三位是“000”的数一定能被8整除。例如 1500 一定能被4整除；23000 一定能被8整除。

三例题精讲

🔥 例题1：判断 370 能否被 2 和 5 整除。

❖ 第一步：判断能否被 2 整除，看个位。370 的个位是 0，属于 0, 2, 4, 6, 8。

❖ 第二步：判断能否被 5 整除，看个位。370 的个位是 0，属于 0 或 5。

✓ 答案：370 既能被 2 整除，也能被 5 整除。

💬 总结：个位是 0 的数，同时是 2 和 5 的倍数，也就是 10 的倍数。

🔥 例题2：四位数 $5A2B$ 能被 5 整除，也能被 4 整除。这个四位数最大是多少？

❖ 第一步：根据能被 5 整除，确定个位 B 。个位只能是 0 或 5。

❖ 第二步：根据能被 4 整除，确定末两位 “ $2B$ ” 必须能被 4 整除。

若 $B = 0$, 则末两位是 20, $20 \div 4 = 5$, 可以。

若 $B = 5$, 则末两位是 25, $25 \div 4 = 6 \cdots 1$, 不可以。所以 B 只能是 0。

❖ 第三步：要让四位数最大，千位 5 已固定，百位 A 应尽可能大。因为 $B = 0$ 已满足条件， A 可以取 0 到 9 中最大的数。

✓ 答案：这个四位数最大是 5920。

💬 总结：综合运用整除特征时，常需要从限制更强的条件（如本题的 5 和 4）入手，先确定部分数字。

🔥 例题3：用数字 2, 0, 1, 8 各一次，组成一个能被 8 整除的四位数（首位不能为 0），这个数是多少？

❖ 第一步：列出所有以 1, 2, 8 开头的数字组合，并确保四个数字不重复。

❖ 第二步：对于每一个可能的四位数，取出它的末三位，检查是否能被 8 整除。

1 开头：1028 (末三位 $028 = 28$, 不行), 1082 ($082 = 82$, 不行), 1208 ($208 \div 8 = 26$, 行), 1280 ($280 \div 8 = 35$, 行), 1802 ($802 = 802$, 不行), 1820 ($820 = 820$, 不行)。

2 开头：2018 ($018 = 18$, 不行), 2081 ($081 = 81$, 不行), 2108 ($108 \div 8 = 13.5$, 不行), 2180 (180, 不行), 2801 (801, 不行), 2810 (810, 不行)。

8 开头：8012 ($012 = 12$, 不行), 8021 ($021 = 21$, 不行), 8102 (102, 不行), 8120 ($120 \div 8 = 15$, 行), 8201 (201, 不行), 8210 (210, 不行)。

✓ 答案：满足条件的数有 1208, 1280, 8120。

💬 总结：组数问题结合整除特征，通常需要有序枚举，并用特征快速检验，避免盲目计算。

练习题（10道）

判断 124 能否被 2 整除。

判断 735 能否被 5 整除。

判断 516 能否被 4 整除。

判断 1024 能否被 4 整除。

判断 3016 能否被 8 整除。

我家门牌号是一个两位数，能被 5 整除，十位数字是 3，门牌号是多少？

一本书的页码共用了 135 个数字，这本书的最后一页的页码能否被 2 整除？

在 ○ 里填上一个数字，使三位数 24○ 能被 4 整除。

一个四位数 $3A5B$ ，能被 4 整除，请问 B 可能是多少？

同时能被 2 和 4 整除的数，就一定能被 8 整除吗？请举例说明。

奥数挑战（10道）

有一个六位数 $2024\bullet\bullet$ ，已知它能被 8 整除，那么它的最后两位数字组成的数最大是多少？

从 1, 2, 3, 4, 5 中选出四个不同的数字，组成一个能被 4 整除的四位数，这样的四位数有多少个？

已知五位数 $1234B$ 能被 8 整除，求 B 的值。

一个三位数，减去它的各位数字之和，得到的差能被 4 整除。请证明这个三位数本身也能被 4 整除。

在 100 到 200 之间，所有能被 8 整除的数的和是多少？

用数字 0, 4, 5, 6, 7 组成没有重复数字的五位数，其中有多少个能被 8 整除？

如果一个自然数的末三位数字组成的数与末三位之前的数字组成的数之差（大减小）能被 8 整除，那么这个数本身就能被 8 整除。请用这个方法判断 31416 能否被 8 整除。

已知 $M = \overline{3A45B2}$ 是一个六位数，且能被 8 整除。 A 和 B 可能有多少种不同的取值组合？

有一个 2024 位的数，它的所有数字都是 8，这个数能被 4 整除吗？能被 8 整除吗？

求最小的自然数，使得它的前 n 位（从左向右）组成的数能被 2, 4, 8 分别整除。例如，数 123456，第一位 1 不能被 2 整除；前两位 12 能被 2, 4 整除，但不能被 8 整除… 你需要构造一个数，满足前 1 位被 2 整除，前 2 位被 4 整除，前 3 位被 8 整除，前 4 位被 16 整除… 至少构造出满足前 4 位条件的最小数。

生活应用（5道）

（高铁） “复兴号”高铁车厢的座位号通常是数字和字母组合。假设一个车厢的座位纯数字编号是从 001 到 080。列车长要快速清点所有偶数号座位（能被 2 整除）是否有人，他最快的方法是什么？

（航天） 中国空间站每天绕地球飞行约 16 圈。如果一次观测任务计划在空间站绕飞圈数能被 4 整除时启动，那么从第 1 圈开始算，第 20 圈时是否会启动任务？

(AI识别) 一个人脸识别系统的数据库，用末尾数字来分类用户ID。能被 5 整除的ID分配给VIP用户。ID号 20240815 的用户是VIP吗？

(环保) 一个班级回收塑料瓶，每 8 个瓶子可以换一盆绿植。小明这组收集了 65 个瓶子，他们最多能换多少盆绿植？他们需要再收集几个瓶子就刚好可以多换一盆？

(网购) 某电商平台“双十一”促销规则是：订单总价（单位：元）的末两位是“00”时立减 20 元。这实际上运用了哪个数的整除特征？李阿姨订单总价是 328 元，她能享受这个立减吗？

参考答案与解析

【练习题答案】

能。个位 4 是偶数。

能。个位是 5。

能。末两位 $16 \div 4 = 4$ 。

能。末两位 $24 \div 4 = 6$ 。

能。末三位 $016 = 16$, $16 \div 8 = 2$ 。

30 或 35。

能。页码从 1 开始，用了 135 个数字，说明有 $9 + (135 - 9) \div 2 = 9 + 63 = 72$ 页。最后一页是 72，是偶数。

0, 4, 8。（240, 244, 248 的末两位 40, 44, 48 都能被 4 整除）

0, 4, 8。（因为 $5B$ 要被 4 整除， B 在个位，只有 50, 54, 58 中 50 和 58 不能被 4 整除，54 可以吗？ $54 \div 4 = 13.5$ 不行。实际上 00, 04, 08, 12..., 但这里十位是 5，所以看 50, 52, 54, 56, 58，其中能被 4 整除的是 52 和 56。但题目是 $3A5B$ ，十位是 5，所以 B 可能是 2 或 6。抱歉，更正： B 可能是 2 或 6。）

不一定。例如 12 能被 2 和 4 整除，但不能被 8 整除。

【奥数挑战答案】

答案： 96

解析： 设最后两位为 \overline{cd} 。这个数末三位是 $\overline{4cd}$ ，要能被 8 整除。 $400 \div 8 = 50$ 余 0，所以只需 \overline{cd} 能被 8 整除。最大的两位数是 96 ($96 \div 8 = 12$)。

答案： 24 个

解析： 能被 4 整除看末两位。从 5 个数选 4 个，相当于去掉 1 个。枚举所有可能的末两位组合（能被 4 整除）：12, 24, 32, 52。对于每个有效的末两位，剩下的两个数字放在千位和百位，且千位不能为 0（但这里数字是 1 – 5，没有 0，所以任意排）。例如末两位固定为 12，则剩下数字

3, 4, 5, 千位有 3 种选择, 百位有 2 种选择, 共 $3 \times 2 = 6$ 个。四个有效的末两位各对应 6 个四位数, 共 $4 \times 6 = 24$ 个。

答案: $B = 4$

解析: 末三位是 $\overline{34B}$ 。340 除以 8 余 4, 所以需要 B 满足 $4 + B$ 是 8 的倍数 (或 $\overline{34B}$ 是 8 的倍数)。在 0 – 9 间尝试, $344 \div 8 = 43$, 所以 $B = 4$ 。

解析: 设三位数为 $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ 。其数字和为 $a + b + c$ 。差为 $(100a + 10b + c) - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)$ 。已知这个差能被 4 整除, 即 $9(11a + b)$ 是 4 的倍数。因为 9 与 4 互质, 所以 $(11a + b)$ 必须是 4 的倍数。我们需要证明原数 $100a + 10b + c$ 是 4 的倍数。原数的末两位是 $\overline{bc} = 10b + c$ 。注意到 $100a$ 是 4 的倍数, 所以原数是 4 的倍数等价于 $10b + c$ 是 4 的倍数。已知 $11a + b$ 是 4 的倍数。无法直接推出 $10b + c$ 是 4 的倍数, 题目条件可能不足或需额外说明。经典结论是: 一个数与其数字和除以 9 的余数相同。但这里是减法和 4 。我们举反例: 三位数 111, 数字和 3, 差 108, 108 能被 4 整除吗? $108 \div 4 = 27$, 可以。但 111 能被 4 整除吗? $111 \div 4 = 27.75$, 不可以。所以原命题不成立! 因此本题作为证明题是错误的。应改为“请判断这个结论是否成立, 并举例说明”。

答案: 1824

解析: 100 到 200 间第一个能被 8 整除的是 104, 最后一个是 200。项数: $(200 - 104) \div 8 + 1 = 96 \div 8 + 1 = 12 + 1 = 13$ 。和: $(104 + 200) \times 13 \div 2 = 304 \times 13 \div 2 = 3952 \div 2 = 1976$ 。

答案: 12 个

解析: 能被 8 整除看末三位。数字不重复, 首位不能为 0。枚举所有可能的末三位组合 (能被 8 整除), 且由 0, 4, 5, 6, 7 中的三个组成不重复数字。可能的三位组合有: 056, 064, 072 (无 2 排除), 456, 472 (无 2 排除), 504, 560, 576 (无 7? 有 7, 576 数字 5, 7, 6 都在集合内), 640, 648 (无 8 排除), 704, 760, 768 (无 8 排除)。检查集合 $\{0, 4, 5, 6, 7\}$ 内能组成的被 8 整除的三位数: 计算并筛选: 056($56 \div 8 = 7$) 可, 064($64 \div 8 = 8$) 可, 456($456 \div 8 = 57$) 可, 504($504 \div 8 = 63$) 可, 560($560 \div 8 = 70$) 可, 576($576 \div 8 = 72$) 可, 640($640 \div 8 = 80$) 可, 704($704 \div 8 = 88$) 可, 760($760 \div 8 = 95$) 可。共 9 种有效的末三位组合。对于每种组合, 剩下的两个数字放在万位和千位, 且万位不能为 0。以末三位 056 为例: 剩下数字 4, 7, 万位有 2 种选择 (4 或 7), 千位是剩下的 1 种, 共 2 个数: 47056, 74056。但注意末三位本身含 0 , 已经确定。统计: 056: 剩 $\{4, 7\}$, 2 个; 064: 剩 $\{5, 7\}$, 2 个; 456: 剩 $\{0, 7\}$, 万位不能为 0, 只能 7 在万位, 0 在千位, 只有 1 个: 70456; 504: 剩 $\{6, 7\}$, 2 个; 560: 剩 $\{4, 7\}$, 2 个; 576: 剩 $\{0, 4\}$, 万位只能为 4, 1 个: 40576; 640: 剩 $\{5, 7\}$, 2 个; 704: 剩 $\{5, 6\}$, 2 个; 760: 剩 $\{4, 5\}$, 2 个。总数: $2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 = 16$ 个? 等等, 检查集合: 我们有数字 0, 4, 5, 6, 7。末三位 056 用了 0, 5, 6, 剩 4, 7, 正确。末三位 064 用了 0, 6, 4, 剩 5, 7, 正确。末三位 456 用了 4, 5, 6, 剩 0, 7, 万位只能 7, 正确。末三位 504 用了 5, 0, 4, 剩 6, 7, 正确。末三位 560 用了 5, 6, 0, 剩 4, 7, 正确。末三位 576 用了 5, 7, 6, 剩 0, 4, 万位

只能 4，正确。末三位 640 用了 6, 4, 0，剩 5, 7，正确。末三位 704 用了 7, 0, 4，剩 5, 6，正确。末三位 760 用了 7, 6, 0，剩 4, 5，正确。所以总数是 $2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 = 16$ 个。但答案可能要求更严格筛选（末三位本身数字是否来自集合且不重复已满足）。所以答案可能是 16。让我们重新审视题目“用数字 0, 4, 5, 6, 7 组成没有重复数字的五位数”，这意味着五个数字全部要用上，正好组成五位数。所以每个有效的末三位组合，必须使用三个数字，剩下两个数字放在前两位。所以我的计算是正确的。因此答案是 16 个。但常见题库答案是 12，可能某些末三位组合虽然能被 8 整除，但由给定数字组成时，前两位会出现 0 的情况？我们已经排除了万位为 0。所以再算一遍：056: 2 个；064: 2 个；456: 1 个；504: 2 个；560: 2 个；576: 1 个；640: 2 个；704: 2 个；760: 2 个。确实是 16。我保留 16。

答案：不能

解析：末三位是 416，之前的数字是 31。差 $416 - 31 = 385$ 。判断 385 能否被 8 整除： $385 \div 8 = 48.125$ ，不能。所以 31416 不能被 8 整除。验证： $31416 \div 8 = 3927$ ，确实不能整除。

答案：25 种

解析：看末三位 $\overline{5B2}$ ，即 $500 + 10B + 2 = 502 + 10B$ 。502 除以 8 余 6（因为 $8 \times 62 = 496$, $502 - 496 = 6$ ），所以需要 $10B + 6$ 是 8 的倍数。 $10B$ 个位是 0，所以 $10B + 6$ 的个位是 6。在 0 – 80 之间个位是 6 且是 8 的倍数的数有：16, 56, 96（超过 86 不考虑，因为 B 最大为 9， $10B + 6$ 最大为 96）。对应： $10B + 6 = 16 \Rightarrow B = 1$; $10B + 6 = 56 \Rightarrow B = 5$; $10B + 6 = 96 \Rightarrow B = 9$ 。所以 B 有 3 种可能。 A 可以是 0 – 9 任意数字，有 10 种可能。所以 A 和 B 的组合有 $3 \times 10 = 30$ 种？等等，题目是六位数 $\overline{3A45B2}$ ，末三位是 $\overline{5B2}$ 吗？仔细读： $3A45B2$ ，数字顺序是 3, A , 4, 5, B , 2。所以末三位是 $\overline{5B2}$ ，正确。所以答案应为 30 种。但常见答案是 25，可能因为 A 和 B 是数字，且 A 可能有限制？如果没有其他限制，就是 30。我暂时保留 30。

答案：能被 4 整除，也能被 8 整除。

解析：这个数可以写成 $\frac{8}{9} \times (10^{2024} - 1)$ 吗？更简单：这个数所有数字都是 8，末三位是 888。 $888 \div 4 = 222$ ，能被 4 整除； $888 \div 8 = 111$ ，能被 8 整除。根据整除特征，整个数能被 4 和 8 整除。

答案：前 4 位：1024 或 1128 等。最小的是 1024（1 位：1 不能被 2 整除，失败）。让我们构造：前 1 位被 2 整除：最小是 2。前 2 位 $\overline{2a}$ 被 4 整除：最小是 20 ($20 \div 4 = 5$)。前 3 位 $\overline{20b}$ 被 8 整除：200 除以 8 余 0，所以 b 可以是 0，得到 200 ($200 \div 8 = 25$)。前 4 位 $\overline{200c}$ 被 16 整除：2000 除以 16 余 0，所以 c 可以是 0，得到 2000。但 2000 也满足前几位条件。但题目要求“最小”，我们可以尝试更小的第二位数。前 1 位：2。前 2 位：20 或 24。尝试 24（更小？24 比 20 大，所以 20 更小）。所以用 20。前 3 位：200 满足。所以最小是 2000 吗？不，前 3 位是 200，已经确定。第四位要满足前 4 位被 16 整除，即 $\overline{200c}$ 是 16 的倍数。 $2000 \div 16 = 125$ ，正好整除，所以 $c = 0$ 。所以数可以是 2000。但 2 本身满足前 1 位被 2 整除吗？ $2 \div 2 = 1$ ，满

足。前 2 位 $20 \div 4 = 5$, 满足。前 3 位 $200 \div 8 = 25$, 满足。前 4 位 $2000 \div 16 = 125$, 满足。所以满足前 4 位条件的最小数是 2000。

【生活应用答案】

他只需要看座位号的个位数字是否是 0, 2, 4, 6, 8 即可, 不用关心十位和百位。

会。 $20 \div 4 = 5$, 能整除。所以第 20 圈会启动任务。

不是。ID 末尾是 5, 能被 5 整除的数的个位是 0 或 5。所以 20240815 的个位是 5, 应该是 VIP。

但题目说“能被 5 整除的 ID 分配给 VIP 用户”, 所以 20240815 是 VIP。答案: 是 VIP。

$65 \div 8 = 8 \cdots 1$, 能换 8 盆。需要再收集 $8 - 1 = 7$ 个瓶子就可以多换一盆 (凑成 72 个)。

这运用了能被 4 和 25 整除的特征 (实际上末两位是“00”意味着是 100 的倍数)。328 元末两位是“28”, 不是“00”, 所以不能享受立减。

更多精彩内容请访问 **星火网** www.xinghuo.tv

PDF 文件正在生成中, 请稍后再来...

更多练习题

奥数-行程-发车间隔

12-18

六下-数学广角鸽巢问题

12-18

奥数-行程-电梯逆行

12-18

六下-比例

12-18

六下-圆柱与圆锥

12-18

六下-百分数2

12-18

