

期末复习：八年级数学上册二次根式化简考点总结与真题解析 | 星火网专项练习题库



适用年级
初二



难度等级
☆☆☆



资料格式
PDF 可打印



最近更新
2025-12-30

1. 期末突击：二次根式化简 核心考点速记

二次根式化简是八年级上学期期末考试的**绝对基础核心考点**，几乎**100%出现在填空、选择和计算题中**。它不仅是独立考点，更是后续勾股定理、一元二次方程等综合大题的**计算基石**，化简出错，满盘皆输。

- **必背概念：**一个二次根式必须满足两点才叫“最简”：**① 被开方数不含分母；② 被开方数不含能开得尽方的因数或因式。**记住阿星的例子： $\sqrt{12}$ 不是最简！因为12含有完全平方数因数4，必须化成 $2\sqrt{3}$ 。
- **阿星顺口溜：**“二次根式要化简，两个条件记心间。分母不能留根号，平方因子全往外跑！”
- **万能公式：**
 - **核心性质：** $\sqrt{a^2} = |a|$ (考试常考 $a < 0$ 的情形！)
 - **乘法：** $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)
 - **除法：** $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)
 - **分母有理化：** $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ ($a > 0$)

2. ⚠ 期末避坑：阅卷老师最爱扣分点

- ✗ 常见错解1（根号内留分数）：化简 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 直接写成 $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 。
◦
- ✓ 满分规范：结果 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 不符合“被开方数不含分母”，必须继续有理化： $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。不进行最后一步，扣1分。
- ✗ 常见错解2（完全平方数开不尽）：计算 $\sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{26}$ 。
◦
- ✓ 满分规范：只有同类二次根式才能合并。必须先分别化简： $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，再合并得 $5\sqrt{2}$ 。直接相加视为计算错误，整题分数扣光。

3. 🔥 考场真题：三类必考模型精讲

模型 1：基础概念题（选择/填空）

题目：(2022·某区期末) 下列二次根式中，是最简二次根式的是
()。

- A. $\sqrt{0.2}$ B. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{18}$

⚡ 秒杀技巧：

1. 第一步（排除法）：紧盯“最简”两个条件。A ($0.2=1/5$) 和 B 根号内都有分母，排除。D 中 $18=9\times2$ ，含完全平方数因数 9，排除。

2. 第二步（确认）： $15=3\times 5$, 不含平方因数, 且本身不含分母, 故C正确。

✓ 答案：C

模型 2：分母有理化（计算题高频）

题目：(2023·某市期末) 计算： $\frac{3}{\sqrt{6}} + \sqrt{24}$ 。

⚡ 秒杀技巧：

- 1. 第一步（各击破）：** 第一项分母有理化： $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 。第二项化简： $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$ 。
- 2. 第二步（合并同类项）：** 两项都含有 $\sqrt{6}$, 合并： $\frac{\sqrt{6}}{2} + 2\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{4\sqrt{6}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ 。

✓ 答案： $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

模型 3：综合运算（压轴计算题）

题目：(2021·某名校期末) 已知 $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$, 求 $a^2 - b^2$ 的值。

⚡ 秒杀技巧：

- 1. 第一步（优选公式）：** 看到 $a^2 - b^2$, 优先用平方差公式 $(a + b)(a - b)$ 计算, 比直接代入展开更简单。

2. 第二步（巧算）：计算 $a + b = (\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2}$ 。

计算 $a - b = (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1) = 2$ 。

相乘得： $a^2 - b^2 = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$ 。

✓ 答案： $4\sqrt{2}$

4. 🚀 刷题特训：期末抢分三部曲

第一关：基础过关（送分题不能丢，5道）

1. 判断： $\sqrt{48}$ 是最简二次根式。（ ）

2. 化简： $\sqrt{(-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 化简： $\sqrt{20} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 化简： $\sqrt{\frac{9}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 计算： $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

第二关：高频考题（拉开差距的关键，5道）

1. 将 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ 化为最简二次根式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 计算： $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ 。

3. 计算： $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 。

4. 已知 $x = \sqrt{3} - 2$ ，化简 $\sqrt{x^2 + 4x + 4}$ 。 (提示：注意完全平方公式和算术平方根的非负性)

5. 比较大小： $3\sqrt{2} \underline{\hspace{2cm}} 2\sqrt{5}$ 。（填 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ）

第三关：满分冲刺（压轴题挑战，5道）

1. 计算: $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{12}$ 。
2. 若 $\sqrt{18-n}$ 是整数, 求自然数 n 的值。
3. 已知 $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 求 $a^2 - a - 1$ 的值。
4. 观察下列各式: $\sqrt{1 + \frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{2 + \frac{1}{4}} = 3\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{3 + \frac{1}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}}$... 请用含 n ($n \geq 1$ 的整数) 的等式表示这个规律, 并验证。
5. (实际应用) 一个长方形的长为 $\sqrt{32}$ cm, 宽为 $\sqrt{18}$ cm。求这个长方形的面积和周长 (结果化为最简)。

5. 🧠 考前锦囊 FAQ

Q: 做这类题有什么检查技巧?

A: 牢记“最简两条件”自检清单: ① 结果中, 根号里还有分数吗? ② 根号里还有像4、9、16、 a^2 这样的完全平方数 (或式) 吗? 每做完一题快速过一遍, 能救回很多分。

Q: 如果考试时想不起来公式怎么办?

A: 别慌! 乘法公式 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 可以反向理解: 只要两个根号相乘, 就可以先把里面的数相乘再开方。除法同理。这是最根本的逻辑, 可以临时推导。

Q: 遇到像 $\sqrt{18-n}$ 是整数这类难题, 没思路怎么办?

A: 这类题本质是“被开方数是完全平方数”。设 $18-n = k^2$ (k 为自然数), 得 $n = 18 - k^2$ 。然后让 $n \geq 0$ 且 $k^2 \leq 18$, 枚举

$k=0,1,2,3,4\dots$ 即可。记住“设元枚举法”。

6. 参考答案

第一关: 1. 错 2. 5 3. $2\sqrt{5}$ 4. $\frac{3}{4}$ 5. 6

第二关: 1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 3. 1 4. 1 (提示: 先化成 $\sqrt{(x+2)^2}$, 注意 $x+2<0$) 5. < (提示: 平方比较)

第三关: 1. $-\sqrt{3}$ 2. $n=17,14,9,2$ (共4个) 3. 0 4.

$\sqrt{n + \frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$, 验证略 5. 面积: 24 cm^2 , 周长: $14\sqrt{2}\text{ cm}$