

## 期末复习：八年级数学上册二次根式化简考点总结与真题解析 | 星火网专项练习题库



适用年级  
初二



难度等级  
☆☆☆



资料格式  
PDF 可打印



最近更新  
2025-12-30

### 1. 💡 期末突击：二次根式化简 核心考点速记

二次根式化简是八年级上学期期末考试**的绝对基础核心考点**，几乎**100%出现在填空、选择和计算题中**。它不仅是独立考点，更是后续勾股定理、一元二次方程等综合大题的**计算基石**，化简出错，满盘皆输。

- 必背概念：**一个二次根式必须满足两点才叫“最简”：① 被开方数**不含分母**；② 被开方数**不含能开得尽方的因数或因式**。记住阿星的例子： $\sqrt{12}$ 不是最简！因为12含有完全平方数因数4，必须化成 $2\sqrt{3}$ 。
- 阿星顺口溜：**“二次根式要化简，两个条件记心间。分母不能留根号，平方因子全往外跑！”
- 万能公式：**
  - 核心性质： $\sqrt{a^2} = |a|$  (考试常考  $a < 0$  的情形！)
  - 乘法： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$  ( $a \geq 0, b \geq 0$ )
  - 除法： $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  ( $a \geq 0, b > 0$ )
  - 分母有理化： $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$  ( $a > 0$ )

## 2. ⚠ 期末避坑：阅卷老师最爱扣分点

- ✗ 常见错解1（根号内留分数）：化简  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  直接写成  $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 。  
。
- ✓ 满分规范：结果  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  不符合“被开方数不含分母”，必须继续有理化： $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。不进行最后一步，扣1分。
- ✗ 常见错解2（完全平方数开不尽）：计算  $\sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{26}$ 。  
。
- ✓ 满分规范：只有同类二次根式才能合并。必须先分别化简： $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，再合并得  $5\sqrt{2}$ 。直接相加视为计算错误，整题分数扣光。

## 3. 🔥 考场真题：三类必考模型精讲

### 模型 1：基础概念题（选择/填空）

题目：（2022·某区期末）下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）。

A.  $\sqrt{0.2}$    B.  $\sqrt{\frac{1}{5}}$    C.  $\sqrt{15}$    D.  $\sqrt{18}$

🔑 秒杀技巧：

1. 第一步（排除法）：紧盯“最简”两个条件。A（ $0.2=1/5$ ）和B根号内都有分母，排除。D中 $18=9\times 2$ ，含完全平方数因数9，排除。

2. 第二步（确认）：  $15=3\times 5$ ，不含平方因数，且本身不含分母，故C正确。

✓ 答案：C

### 模型 2：分母有理化（计算题高频）

题目：（2023·某市期末）计算：  $\frac{3}{\sqrt{6}} + \sqrt{24}$ 。

🔑 秒杀技巧：

1. 第一步（各击破）： 第一项分母有理化：  $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 。 第二项化简：  $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$ 。
2. 第二步（合并同类项）： 两项都含有  $\sqrt{6}$ ，合并：  $\frac{\sqrt{6}}{2} + 2\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{4\sqrt{6}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ 。

✓ 答案：  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

### 模型 3：综合运算（压轴计算题）

题目：（2021·某名校期末）已知  $a = \sqrt{2} + 1$ ， $b = \sqrt{2} - 1$ ，求  $a^2 - b^2$  的值。

🔑 秒杀技巧：

1. 第一步（优选公式）： 看到  $a^2 - b^2$ ，优先用平方差公式  $(a + b)(a - b)$  计算，比直接代入展开更简单。

2. 第二步 (巧算): 计算  $a + b = (\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2}$ 。

计算  $a - b = (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1) = 2$ 。

相乘得:  $a^2 - b^2 = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$ 。

✓ 答案:  $4\sqrt{2}$

#### 4. 刷题特训: 期末抢分三部曲

##### 第一关: 基础过关 (送分题不能丢, 5道)

1. 判断:  $\sqrt{48}$  是最简二次根式。( )
2. 化简:  $\sqrt{(-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 化简:  $\sqrt{20} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 化简:  $\sqrt{\frac{9}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 计算:  $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

##### 第二关: 高频考题 (拉开差距的关键, 5道)

1. 将  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$  化为最简二次根式  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 计算:  $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ 。
3. 计算:  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 。
4. 已知  $x = \sqrt{3} - 2$ , 化简  $\sqrt{x^2 + 4x + 4}$ 。(提示: 注意完全平方公式和算术平方根的非负性)
5. 比较大小:  $3\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} 2\sqrt{5}$ 。(填 >、< 或 =)

### 第三关：满分冲刺（压轴题挑战，5道）

1. 计算： $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{12}$ 。
2. 若  $\sqrt{18-n}$  是整数，求自然数  $n$  的值。
3. 已知  $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，求  $a^2 - a - 1$  的值。
4. 观察下列各式： $\sqrt{1 + \frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{1}{3}}$ ， $\sqrt{2 + \frac{1}{4}} = 3\sqrt{\frac{1}{4}}$ ， $\sqrt{3 + \frac{1}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}}$  ... 请用含  $n$  ( $n \geq 1$  的整数) 的等式表示这个规律，并验证。
5. （实际应用）一个长方形的长为  $\sqrt{32}$  cm，宽为  $\sqrt{18}$  cm。求这个长方形的面积和周长（结果化为最简）。

## 5. 🧐 考前锦囊 FAQ

### Q：做这类题有什么检查技巧？

A：牢记“最简两条件”自检清单：① 结果中，根号里还有分数吗？② 根号里还有像4、9、16、 $a^2$ 这样的完全平方数（或式）吗？每做完一题快速过一遍，能救回很多分。

### Q：如果考试时想不起来公式怎么办？

A：别慌！乘法公式  $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$  可以反向理解：只要两个根号相乘，就可以先把里面的数相乘再开方。除法同理。这是最根本的逻辑，可以临时推导。

### Q：遇到像 $\sqrt{18-n}$ 是整数这类难题，没思路怎么办？

A：这类题本质是“被开方数是完全平方数”。设  $18-n = k^2$  ( $k$  为自然数)，得  $n = 18 - k^2$ 。然后让  $n \geq 0$  且  $k^2 \leq 18$ ，枚举

$k=0,1,2,3,4\dots$ 即可。记住“设元枚举法”。

## 6. 参考答案

第一关：1. 错 2. 5 3.  $2\sqrt{5}$  4.  $\frac{3}{4}$  5. 6

第二关：1.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  2.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  3. 1 4. 1（提示：先化成  $\sqrt{(x+2)^2}$ ，注意  $x+2<0$ ） 5.  $<$ （提示：平方比较）

第三关：1.  $-\sqrt{3}$  2.  $n=17,14,9,2$ （共4个） 3. 0 4.

$\sqrt{n + \frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$ ，验证略 5. 面积： $24\text{ cm}^2$ ，周长：  
 $14\sqrt{2}\text{ cm}$